

В. Г. Шепелевич

ЗАДАЧИ И ТЕСТЫ ПО ФИЗИКЕ МЕТАЛЛОВ И МЕТАЛЛОВЕДЕНИЮ

*Рекомендовано Учебно-методическим объединением
по естественнонаучному образованию в качестве
пособия для студентов учреждения высшего образования,
обучающихся по специальности 1-31 04 01 «Физика
(по направлениям)», направлениям специальности
1-31 04 01-01 «Физика (научно-исследовательская деятельность)»,
1-31 04 01-02 «Физика (производственная деятельность)»,
1-31 04 01-05 «Физика (ядерная физика и технологии)»*

УДК 669.017:53(075.8)(076.1)
ББК 34.2я73
Ш48

Р е ц е н з е н т ы:

доктор физико-математических наук, профессор *И. С. Ташлыков*;
доктор физико-математических наук, профессор *Н. А. Чичко*

Шепелевич, В. Г.

Ш48 Задачи и тесты по физике металлов и металловедению : пособие /
В. Г. Шепелевич. – Минск : БГУ, 2014. – 136 с.
ISBN 978-985-518-979-5.

Приведены краткие сведения из теории физики металлов и металловедения. Рассмотрены примеры решения задач, представлены задачи для самостоятельного решения, а также тесты для контроля знаний.

Для студентов учреждения высшего образования, обучающихся по специальности 1-31 04 01 «Физика (по направлениям)», направлениям специальности 1-31 04 01-01 «Физика (научно-исследовательская деятельность)», 1-31 04 01-02 «Физика (производственная деятельность)», 1-31 04 01-05 «Физика (ядерные физика и технологии)».

УДК 669.017:53(075.8)(076.1)
ББК 34.2я73

ISBN 978-985-518-979-5

© Шепелевич В. Г., 2014
© БГУ, 2014

ПРЕДИСЛОВИЕ

Решение задач и работа с тестами, приведенными в данном пособии, помогут студентам успешно усвоить содержание учебных курсов «Металловедение», «Физика твердого тела», «Физика металлов», «Кристаллография», «Дефекты в кристаллах» и в дальнейшем творчески применять полученные знания на практике.

В настоящем издании представлены уже известные задачи, а также составленные автором. Большая часть задач в течение ряда лет прошла проверку в процессе подготовки студентов по специализациям «Физика твердого тела», «Радиационное материаловедение», «Физика защитных покрытий», «Вакуумные технологии» в Белорусском государственном университете.

Пособие имеет структуру, характерную для сборников задач, и состоит из пяти частей. В первой – приводятся краткие теоретические сведения из физики металлов и металловедения, которые могут быть использованы при решении задач. Во второй части рассмотрены примеры решения задач из различных разделов физики металлов и металловедения. Задачи для самостоятельного решения составляют основную, третью, часть пособия. В четвертой части даны ответы или краткие решения задач, в пятой – тесты для контроля знаний.

Представленные задачи можно условно разделить на четыре группы: а) структура идеальных и реальных кристаллов, а также методы ее исследования; б) термодинамика металлов и сплавов (диаграммы состояния, правило фаз Гиббса, правило отрезков); в) движение атомов и электронов в кристалле; г) механические, термические, электрические, термоэлектрические, галь-

ваноманнитные свойства. Предлагаемые задачи различаются по характеру требований (задачи на нахождение искомого, доказательство), содержанию (простые, комбинированные, абстрактные, с конкретным содержанием, практические), способу решения (качественные, графические, количественные), назначению (тренировочные, познавательные, творческие).

Автор выражает искреннюю благодарность профессору М. И. Данилькевичу, доценту В. М. Драко и другим преподавателям кафедры физики твердого тела за ценные замечания, а также Е. А. Крутилиной за помощь в подготовке книги к изданию.

1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

1. Символы направления, лежащего на пересечении двух граней с символами (hkl) и (mnp) , рассчитываются по формуле

$$r : s : t = (kp - nl) : (lm - ph) : (hn - mk).$$

2. Межплоскостные расстояния:

а) для кубических сингоний

$$\frac{1}{d^2} = \frac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2};$$

б) гексагональной сингонии

$$\frac{1}{d^2} = \frac{4}{3} \frac{h^2 + hk + k^2}{a^2} + \frac{l^2}{c^2}.$$

3. Угол между плоскостями:

а) для кубических сингоний

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2} \cdot \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}};$$

б) гексагональной сингонии

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + 0,5(h_1 k_2 + h_2 k_1) + 0,75 \frac{a^2}{c^2} l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + h_1 k_1 + \frac{3}{4} \frac{a^2}{c^2} l_1^2} \cdot \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + h_2 k_2 + \frac{3}{4} \frac{a^2}{c^2} l_2^2}}.$$

4. Определение объемной доли α -фазы V_α сплава:

$$V_\alpha = \sum_{i=1}^n \frac{V_{\alpha i}}{n},$$

где n – число измерений; $V_{\alpha i}$ – i -е измерение.

а) Планиметрический метод:

$$V_{\alpha i} = S_{\alpha i} / S_0,$$

где $S_{\alpha i}$ – площадь сечений α -фазы, находящихся под квадратом площадью S_0 .

Абсолютная ошибка ΔV_α определения V_α при нормированном отклонении t может быть оценена по формуле

$$\Delta V_\alpha = \frac{tV_\alpha}{\sqrt{z}} \sqrt{\left[\frac{\sigma(S)}{\bar{S}} \right]^2 + 1},$$

где z – число измеренных сечений; $\bar{S}$ – средняя площадь сечений частиц; $\sigma(S)$ – среднее квадратичное отклонение.

б) Точечный метод:

$$V_{\alpha i} = N_{\alpha i} / N_0,$$

где $N_{\alpha i}$ – число точек, попавших на сечение α -фазы; N_0 – число используемых точек.

Абсолютная ошибка ΔV_α определения V_α при нормированном отклонении t может быть оценена по формуле

$$\Delta V_\alpha = t \sqrt{\frac{V_\alpha(1-V_\alpha)}{z}},$$

где z – общее число используемых точек.

в) Метод секущих:

$$V_{\alpha i} = h_{\alpha i} / h_0,$$

где $h_{\alpha i}$ – длина секущей, попадающей на сечение α -фазы; h_0 – полная длина секущей.

Абсолютная ошибка ΔV_α определения V_α при нормированном отклонении t может быть оценена по формуле

$$\Delta V_\alpha = t \sqrt{\frac{V_\alpha(1-V_\alpha)}{x}},$$

где x – число измеренных хорд.

5. Определение плотности линейных элементов

$$L_i = 2M_i,$$

где M_i – плотность следов линейных элементов.

Относительная ошибка ε при нормированном отклонении t определения L рассчитывается по формуле

$$\varepsilon = \frac{kt}{\sqrt{z}} 100 \%,$$

где z – число подсчитанных следов линейных элементов; $k = 0,995$.

6. Определение величины удельной поверхности межфазной границы:

$$S_i = 2m_i \text{ (мм}^{-1}\text{)},$$

где m_i – число пересечений секущей со следами межфазных границ.

Абсолютная ошибка ΔS определения S при нормированном отклонении t рассчитывается по формуле

$$\Delta S = \frac{kt}{\sqrt{x}} S,$$

где x – общее число точек пересечений, $k \approx 1$.

7. Закон Вульфа – Брэгга:

$$2d \sin \theta = n\lambda,$$

где d – межплоскостное расстояние; θ – угол падения рентгеновского излучения длиной волны λ ; n – порядок отражения.

8. Квадрат структурной амплитуды:

$$|F|^2 = \left\{ \sum_n f_n \cos 2\pi(hx_n + ky_n + lz_n) \right\}^2 + \left\{ \sum_n f_n \sin 2\pi(hx_n + ky_n + lz_n) \right\}^2,$$

где x_n, y_n, z_n – координаты атомов, выраженные в долях тех ребер ячейки, которые приняты за оси координат; f_n – фактор атомного рассеяния каждого атома, суммирование выполняется по всем атомам в элементарной ячейке.

9. Правило фаз, устанавливающее зависимость между числом степеней свободы (C), числом компонентов (K) и числом фаз (F), выражается уравнением

$$C = K - F + 2,$$

где 2 – число внешних факторов (температура и давление).

При постоянном давлении $C = K - F + 1$.

10. Для определения количественного соотношения фаз, находящихся в равновесии в двухфазном сплаве при данной температуре, применяется правило отрезков (рычага). Доля одной из фаз равна отношению длины части отрезка, который примыкает к линии, определяющей состав другой фазы, к длине всего отрезка.

11. При расщеплении дислокации с вектором Бюргерса $\vec{b}_1$ на две дислокации с векторами Бюргерса $\vec{b}_2$ и $\vec{b}_3$ выполняется соотношение $\vec{b}_1 = \vec{b}_2 + \vec{b}_3$.

Дислокационная реакция $\vec{b}_1 \rightarrow \vec{b}_2 + \vec{b}_3$ энергетически выгодна, если $b_1^2 > b_2^2 + b_3^2$.

12. Концентрация вакансий в кристалле при температуре T определяется выражением

$$c = \exp\left(-\frac{E_f^v}{kT}\right) \cdot \exp\left(\frac{\Delta S_f^v}{k}\right),$$

где E_f^v и ΔS_f^v – энергия и энтропия образования вакансий; k – постоянная Больцмана.

13. Дисперсионное соотношение для одномерной цепочки, состоящей из атомов одного типа:

$$\omega = 2\sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right|,$$

где ω – частота колебаний атомов массой m ; β – коэффициент квазиупругой силы взаимодействия атомов; k – волновое число; a – параметр элементарной ячейки.

14. Дисперсионное соотношение для одномерной цепочки, состоящей из двух типов атомов массами m_1 и m_2 :

$$\omega_{\pm}^2 = \beta \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \pm \beta \sqrt{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)^2 - \frac{4\sin^2(ka)}{m_1 m_2}}.$$

15. Приближение Дебая:

$$\omega = \nu k,$$

где ν – скорость распространения колебания.

16. Средняя энергия нормального колебания частотой ω при температуре T

$$\bar{E} = \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi},$$

где h – постоянная Планка.

17. Спектральная плотность нормальных колебаний в приближении Дебая

$$D(\omega) = \begin{cases} \frac{3V\omega^2}{2\pi\nu^3} & \text{при } \omega \leq \omega_{\max}, \\ 0 & \text{при } \omega > \omega_{\max}, \end{cases}$$

где V – объем кристалла; $(\bar{v}^3)^{1/3}$ – средняя скорость распространения колебаний; $\omega_{\max}$ – максимальная частота колебаний $\omega_{\max} = \left(\frac{6N\pi^2 \bar{v}^3}{V} \right)^{1/3}$;

N – число атомов в кристалле.

18. Скорость электрона в кристалле

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}),$$

где $\vec{k}$ – волновой вектор электрона; E – энергия электрона в кристалле.

19. Компоненты тензора обратной эффективной массы

$$(\tilde{m}^{-1})_{ij} = \frac{\partial^2 E}{\hbar^2 \partial k_i \partial k_j}.$$

20. Функция распределения Ферми – Дирака для электронов

$$f_0 = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-F}{kT}\right) + 1} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \xi}{kT}\right) + 1},$$

где F – электрохимический потенциал; ε – энергия электрона, отсчитываемая от дна зоны проводимости; ξ – химический потенциал.

21. Закон Дюлонга – Пти:

$$C = 3N_A k = 3R \approx 25 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)},$$

где R – универсальная постоянная; N_A – число Авогадро.

22. Теплоемкость кристаллической решетки по квантовой теории Эйнштейна

$$C_L = 3R \left(\frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{\exp(\theta_E/T)}{[\exp(\theta_E/T) - 1]^2},$$

где θ_E – характеристическая температура Эйнштейна.

23. Теплоемкость кристаллической решетки по Дебаю:

а) при высоких температурах

$$C_L = 3N_A k = 3R;$$

б) при низких температурах

$$C_L = \frac{2,4\pi^4 N_A k T^3}{\theta_D^3},$$

где θ_D – характеристическая температура Дебая.

24. Изменение линейных размеров тела при нагревании подчиняется соотношению

$$l = l_0(1 + \alpha t),$$

где l , l_0 – длины образца при температуре t и 0 °С; α – линейный коэффициент теплового расширения.

Изменение объема тела при нагревании определяется выражением

$$V = V_0(1 + \beta t),$$

где V , V_0 – объемы тела при температуре t и 0 °С; β – объемный коэффициент теплового расширения.

25. Внешняя контактная разность потенциалов

$$\varphi_{II} - \varphi_I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{e},$$

где Φ_1 , Φ_2 – работы выхода электронов из металлов; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Внутренняя контактная разность потенциалов

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\xi_2 - \xi_1}{e},$$

где ξ_1 , ξ_2 – химические потенциалы металлов.

26. Зависимость химического потенциала от температуры

$$\xi(T) = \xi_0 \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\xi_0} \right)^2 \right],$$

где ξ_0 – химический потенциал при 0 К.

27. Зависимость средней энергии электронов от температуры

$$\bar{\varepsilon}(T) = \frac{3}{5} \xi_0 \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\xi_0} \right)^2 \right].$$

28. Закон Ома

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

где $\vec{j}$ – плотность тока; $\vec{E}$ – напряженность электрического поля; σ – электропроводность.

29. Электронная электропроводность

$$\sigma = e\mu n = \frac{ne^2\tau}{m},$$

где n – концентрация электронов; μ – их подвижность; τ – время релаксации электронов.

30. Коэффициент Холла металлов

$$R = -\frac{1}{ne}.$$

31. Закон Видемана – Франца:

$$\frac{k}{\sigma} = LT,$$

где k – теплопроводность; L – число Лоренца.

32. Намагниченность насыщения

$$J_{\text{н}} = np_{\text{м}},$$

где n – концентрация атомов с магнитным моментом $p_{\text{м}}$.

33. Диффузия. Первый закон Фика связывает поток частиц ($\vec{J}$) с градиентом их концентрации (∇c):

$$\vec{J} = -D\nabla c,$$

где D – коэффициент диффузии.

Второй закон Фика:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\Delta c.$$

Уравнение Аррениуса:

$$D = D_0 \exp(-Q/kT),$$

где D_0 – фактор; Q – энергия активации диффузии.

2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Запишите символы осей вращения 2-го порядка кубической сингонии. Определите углы между ними.

Решение. На рис. 1 приведено расположение некоторых осей C_2 . Их символы $\langle 110 \rangle$. Угол φ между ними определяется из соотношения

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2} \cdot \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}}.$$

Возможные углы: $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}, \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$.

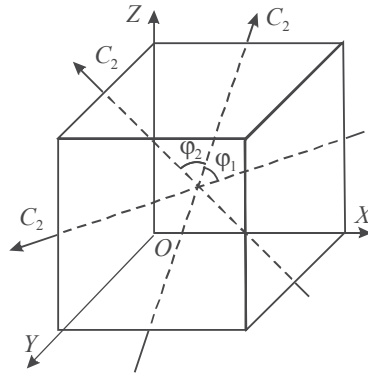


Рис. 1. Расположение осей C_2

Задача 2. В меди две частичные дислокации с векторами Бюргерса $b_1 = \frac{a}{6}[\bar{1}2\bar{1}]$ и $b_2 = \frac{a}{6}[\bar{1}\bar{1}2]$ взаимодействуют друг с другом, образуя новую дислокацию. Напишите дислокационную реакцию и определите величины векторов Бюргерса исходных и новой дислокаций. Параметр элементарной ячейки меди $a = 3,615 \text{ \AA}$.

Решение. Дислокационная реакция $\frac{a}{6}[\bar{1}2\bar{1}] + \frac{a}{6}[\bar{1}\bar{1}2] \rightarrow \frac{a}{6}[011]$.

Величины векторов Бюргерса:

$$b_1 = \frac{a}{6}\sqrt{1+4+1} = \frac{a\sqrt{6}}{6} = 1,478 \text{ \AA}, \quad b_2 = \frac{a}{6}\sqrt{1+4+1} = \frac{a\sqrt{6}}{6} = 1,478 \text{ \AA},$$

$$b_3 = \frac{a\sqrt{2}}{6} = 0,852 \text{ \AA}.$$

Задача 3. На рис. 2 представлено случайное сечение сплава, содержащего выделение α -фазы. На сечение случайным образом разбросаны шаблоны. Вычислите объемную долю α -фазы, среднее квадратичное отклонение $\sigma(V_\alpha)$, дисперсию $D(V_\alpha)$, коэффициент вариации $\delta(V_\alpha)$ и ошибку ΔV_α при нормированном отклонении $t = 1,96$ ($P = 0,95$).

Решение. Объем выборки $x = 12$. Значения измерений $V_{\alpha i} = \frac{N_{\alpha i}}{N_0}$

($N_0 = 100$, $N_{\alpha i}$ – число точек, попавших на сечение α -фазы):

$$V_{\alpha 1} = 0,07, V_{\alpha 2} = 0,04, V_{\alpha 3} = 0,03, V_{\alpha 4} = 0,04, V_{\alpha 5} = 0,03, V_{\alpha 6} = 0,06,$$

$$V_{\alpha 7} = 0,04, V_{\alpha 8} = 0,03, V_{\alpha 9} = 0,06, V_{\alpha 10} = 0,06, V_{\alpha 11} = 0,05, V_{\alpha 12} = 0,06.$$

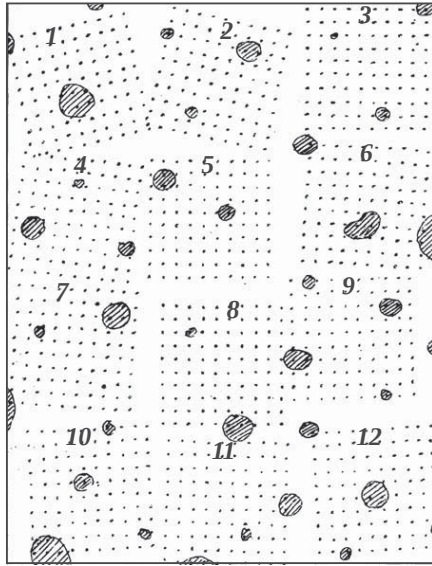


Рис. 2. Случайное сечение сплава,
содержащего выделение α -фазы:
1-12 – шаблоны

Среднее значение объемной доли α -фазы:

$$V_{\alpha} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} V_{ai} = 4,8 \cdot 10^{-2}.$$

Среднее квадратичное отклонение ($K = 1,04$):

$$\sigma(V_{\alpha}) = K \sqrt{\frac{\sum V_{ai}^2}{x} - V_{\alpha}^2} = 1,4 \cdot 10^{-2}.$$

Дисперсия: $D(V_{\alpha}) = \sigma^2(V_{\alpha}) = 2 \cdot 10^{-4}$.

Коэффициент вариации: $\delta(V_{\alpha}) = \frac{\sigma(V_{\alpha})}{V} = 0,3$.

Абсолютная ошибка ($z = 1200$): $\Delta V_{\alpha} = t \sqrt{\frac{V_{\alpha}(1-V_{\alpha})}{z}} = 1,2 \cdot 10^{-2}$.

Окончательный результат: $V_{\alpha} = (4,8 \pm 1,2) \cdot 10^{-2}$ при доверительной вероятности $P = 0,95$.

Задача 4. В табл. 1 представлены результаты подсчета следов линейных элементов на случайных сечениях металлов А и Б. При подсчете следов использовался квадрат со стороной $a = 0,1$ мм. Определите плотность линейных элементов L , среднее квадратичное отклонение $\sigma(L)$, дисперсию $D(L)$, коэффициент вариации $\delta(L)$ и относительную ошибку при нормированном отклонении $t = 1,64$ ($P = 0,90$). В каком из металлов линейные элементы распределены более однородно?

Таблица 1

Число следов M линейных элементов, попадающих в квадратный шаблон

Номер измерений	Металл		Номер измерений	Металл		Номер измерений	Металл	
	А	Б		А	Б		А	Б
1	15	19	11	24	24	21	25	25
2	19	21	12	28	26	22	18	21
3	20	21	13	30	28	23	29	26
4	17	20	14	18	20	24	20	22
5	25	25	15	26	26	25	30	28
6	29	26	16	16	19	26	23	24
7	17	21	17	16	18	27	29	28
8	30	23	18	17	17	28	18	20
9	31	27	19	20	22	29	29	28
10	19	21	20	29	25	30	27	26

Решение. Плотность линейных элементов L и плотность следов M связаны соотношением $L = 2M$. Объем выборки $x = 30$. Среднее значение плотности линейных элементов:

- для металла А: $L_A = 46,4 \text{ мм}^{-2}$;
- металла Б: $L_B = 46,4 \text{ мм}^{-2}$.

Среднее квадратичное отклонение

$$\sigma(L) = K \sqrt{\frac{4(M_1^2 + M_2^2 + \dots + M_{30}^2)}{x} - L_{\alpha}^2}.$$

Для металла А: $\sigma(L_A) = 10,7 \text{ мм}^{-2}$, для металла Б: $\sigma(L_B) = 6,5 \text{ мм}^{-2}$.

Дисперсия для данных металлов

$$D(L_A) = 114 \text{ мм}^{-4}, D(L_B) = 42 \text{ мм}^{-4}.$$

Коэффициенты вариации

$$\delta(L_A) = 0,23, \delta(L_B) = 0,14.$$

Относительная ошибка ε при $t = 1,64$:

$$\varepsilon = \frac{kt}{\sqrt{z}} = 0,045 \quad (z = 1296).$$

Абсолютная ошибка ΔL :

$$\Delta L = \varepsilon L = 0,045 \cdot 46,4 \text{ мм}^{-2} = 2,1 \text{ мм}^{-2}.$$

Окончательный результат: $L_A = L_B = (46,4 \pm 2,1) \text{ мм}^{-2}$ при $P = 0,90$.

Поскольку $\sigma(L_A) > \sigma(L_B)$, $D(L_A) > D(L_B)$, $\delta(L_A) > \delta(L_B)$, то в металле Б линейные элементы распределены более однородно, чем в металле А.

Задача 5. Золото и медь, имеющие параметры элементарной ячейки $a_{\text{Au}} = 4,0786$ и $a_{\text{Cu}} = 3,6150 \text{ \AA}$, образуют непрерывный ряд твердых растворов. Определение параметра элементарной ячейки твердого раствора проводится с помощью дифрактометра в медном излучении, причем точность измерения угла отражения $\Delta\theta = 1'$. Вычислите абсолютную ошибку определения концентрации компонентов в твердом растворе при использовании дифракционной линии 222. Насколько изменится результат, если использовать железное излучение?

Решение. Погрешность определения параметра элементарной ячейки $|\Delta a| = \text{actg}\theta \cdot \Delta\theta$ будет максимальной для меди. Дифракционной линии 222 меди соответствует угол $\theta = 47,7^\circ$. Поэтому $|\Delta a| = 0,001 \text{ \AA}$. При выполнении закона Вегарда для твердых растворов Au – Cu изменение параметра элементарной ячейки при изменении концентрации компонентов на 1 % составляет

$$\Delta a_1 = \frac{a_{\text{Au}} - a_{\text{Cu}}}{100} = 0,0046 \text{ \AA}.$$

Абсолютная погрешность определения концентрации компонентов

$$\Delta c = \frac{|\Delta a|}{\Delta a_1} = 0,2 \text{ \%}.$$

При использовании железного излучения дифракционной линии соответствует угол $\theta = 67,6^\circ$ и $|\Delta a| = 0,00045 \text{ \AA}$. Поэтому абсолютная погрешность определения концентрации при использовании железного излучения составит $\Delta c = 0,1 \text{ \%}$.

Задача 6. Физическое уширение дифракционной линии обусловлено микродеформациями и мелкодисперсностью блоков. Можно ли, используя только одну дифракционную линию и рентгеновские излучения с длинами волн λ_1 и λ_2 , определить размер блоков D и величину микродеформаций в металле $\frac{|\Delta d|}{d}$?

Решение. Пусть β_1 и β_2 – физические уширения одной и той же дифракционной линии, полученные при использовании рентгеновских излучений с длинами волн λ_1 и λ_2 . Тогда

$$\begin{cases} \beta_1 \cos \theta_1 = \frac{\lambda_1}{D} + 4 \left(\frac{\Delta d}{d} \right) \sin \theta_1, \\ \beta_2 \cos \theta_2 = \frac{\lambda_2}{D} + 4 \left(\frac{\Delta d}{d} \right) \sin \theta_2. \end{cases}$$

Поскольку $\sin \theta_1 = \frac{n\lambda_1}{2d}$ и $\sin \theta_2 = \frac{n\lambda_2}{2d}$ (n – порядок отражения), то система уравнений после преобразования примет вид

$$\begin{cases} \frac{\beta_1}{\lambda_1} \cos \theta_1 = \frac{1}{D} + \frac{2n}{d} \left(\frac{\Delta d}{d} \right), \\ \frac{\beta_2}{\lambda_2} \cos \theta_2 = \frac{1}{D} + \frac{2n}{d} \left(\frac{\Delta d}{d} \right). \end{cases}$$

Вид уравнений системы указывает, что она не имеет решения. Следовательно, таким образом нельзя определить D и $\frac{|\Delta d|}{d}$.

Задача 7. В сплаве Bi–10 мас. % Sb определите содержание сурьмы в атомных процентах.

Решение. Если m – масса сплава, то массы висмута и сурьмы равны 0,9 и 0,1 m соответственно. Число атомов висмута $N_{\text{Bi}} = \frac{0,9mN_A}{M_{\text{Bi}}}$ и сурьмы $N_{\text{Sb}} = \frac{0,1mN_A}{M_{\text{Sb}}}$ (N_A – число Авогадро; M_{Bi} , M_{Sb} – молярные массы висмута и сурьмы).

Общее число атомов в сплаве

$$N = N_{\text{Bi}} + N_{\text{Sb}} = \frac{mN_A(0,9M_{\text{Sb}} + 0,1M_{\text{Bi}})}{M_{\text{Bi}}M_{\text{Sb}}}.$$

Содержание сурьмы в атомных процентах

$$X_{\text{Sb}} = \frac{N_{\text{Sb}}}{N} 100 \% = 16 \%.$$

Задача 8. Определите электронную концентрацию в расчете на один атом в фазах Cu_5Cd_8 , Cu_3Al и Cu_3Sn .

Решение. Для фазы Cu_5Cd_8 $n_e = \frac{5 \cdot 1 + 8 \cdot 2}{5 + 8} = \frac{21}{13}$.

Для фазы Cu_3Al $n_e = \frac{3 + 3}{3 + 1} = \frac{3}{2}$. Для фазы Cu_3Sn $n_e = \frac{3 + 4}{3 + 1} = \frac{7}{4}$.

Задача 9. На рис. 3 приведена диаграмма состояния бинарного сплава с перитектическим превращением. Постройте кривые охлаждения с составами c_1 и c_2 . При какой из температур, T_1 или T_2 , сплав состава c_1 имеет большую долю α -фазы? Какой из сплавов, состава c_1 или c_2 , при температуре T_2 содержит меньшую долю β -фазы?

Решение. При охлаждении сплава состава c_1 на кривой охлаждения (рис. 4, 1) имеется перегиб в точке a , указывающий на начало кристаллизации (в равновесии находятся жидкость и выделяющиеся первичные кристаллы α -фазы). Горизонтальный участок кривой охлаждения соответствует перитектическому превращению $\alpha + \text{Ж} \rightarrow \beta$, при котором в условиях равновесия находятся три фазы: первичные кристаллы α -фазы, жидкость и образующиеся кристаллы β -фазы.

Перегиб на кривой охлаждения (рис. 4, 2) в точке a сплава c_2 связан с началом кристаллизации, протекающей в интервале температур. Перегиб в точке b свидетельствует о завершении кристаллизации.

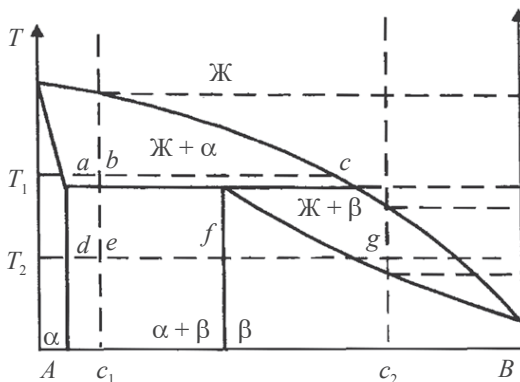


Рис. 3. Диаграмма состояния бинарного сплава

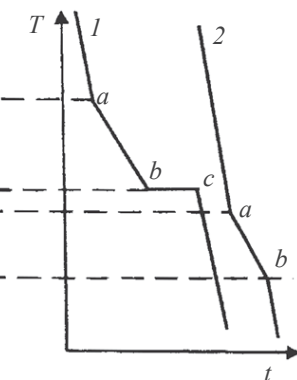


Рис. 4. Кривые охлаждения сплавов составов c_1 (1) и c_2 (2)

В сплаве состава c_1 доля α -фазы: а) при температуре T_1 : $x_1 = \frac{bc}{ab} = 0,88$;
 б) при температуре T_2 : $x_2 = \frac{ef}{df} = 0,80$. Таким образом, $x_1 > x_2$. При температуре T_2 доля β -фазы в сплаве состава c_1 равна $y_1 = \frac{de}{df} = 0,20$, а в сплаве состава c_2 — $y_2 = \frac{hi}{gi} = 0,65$, т. е. $y_1 < y_2$.

Задача 10. Сравните скорость зарождения новой фазы при небольшом переохлаждении исходной фазы по гомогенному и гетерогенному механизмам на межзеренных границах типа поверхности при 227°C . Считать, что для гомогенного механизма энергия активации образования критического зародыша $\Delta F_c = 5 \cdot 10^{-19}$ Дж, а контактный угол при гетерогенном зарождении $\theta = \pi/3$.

Решение. Скорость зарождения при гомогенном механизме

$$I_v = 10^{36} \exp\left(-\frac{\Delta F_c}{kT}\right) = 1 \cdot 10^5 \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}.$$

Энергия активации образования критического зародыша при зарождении на границе зерна типа поверхности:

$$\Delta F_c^B = \frac{\Delta F_c(2 - 3\cos\theta + \cos^3\theta)}{2} = \frac{5}{16} \Delta F_c = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Скорость зарождения для этого случая

$$I_v^B = 10^{30} \exp\left(-\frac{\Delta F_c^B}{kT}\right) = 1 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}.$$

Таким образом,

$$\frac{I_v^B}{I_v} = 10^{15}.$$

Задача 11. Через $t_1 = 5$ мин после переохлаждения металла объемная доля новой фазы $\xi_1 = 0,10$. Рассчитайте ее объемные доли через $t_2 = 6$, $t_3 = 8$, $t_4 = 10$, $t_5 = 12$ и $t_6 = 15$ мин. Постройте график кинетической кривой. Считать, что скорость зародышеобразования и скорость роста постоянны.

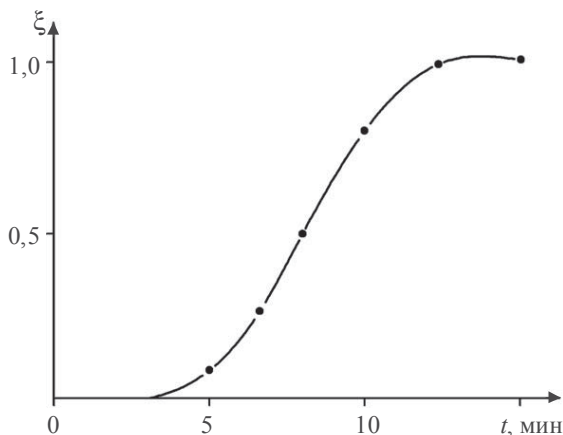


Рис. 5. Зависимость $\xi(t)$

Решение. Для расчета ξ_i используется уравнение Колмогорова – Авраами:

$$\xi(t) = 1 - \exp(-at^4),$$

где a – постоянная величина, $a = \frac{0,106}{t_1^4}$. Поэтому для t_i ($i = 2, 3, 4, 5$)

$$\xi_i = 1 - \exp \left[-0,106 \left(\frac{t_i}{t_1} \right)^4 \right];$$

$\xi_2 = 0,20$; $\xi_3 = 0,50$; $\xi_4 = 0,82$; $\xi_5 = 0,97$ и $\xi_6 = 1,00$. График кинетической кривой приведен на рис. 5.

Задача 12. Во сколько раз групповая скорость распространения колебания с волновым числом $k = \pi/3a$ меньше фазовой скорости в одномерной цепочке, состоящей из идентичных атомов? Период трансляции решетки равен a .

Решение. Поскольку

$$\omega = 2\sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \sin \left(\frac{ka}{2} \right) \right|,$$

то

$$v_{\text{гр}} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = a\sqrt{\frac{\beta}{m}} \cos \left(\frac{ka}{2} \right); \quad v_{\text{ф}} = \frac{\omega}{k} = \frac{2}{k}\sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \sin \left(\frac{ka}{2} \right) \right|;$$

$$\frac{v_{\text{гр}}}{v_{\text{ф}}} = \frac{ka}{2} \operatorname{ctg} \left(\frac{ka}{2} \right) = 0,9.$$

Задача 13. Определите среднее число квантов энергии частотой $\omega = 0,3 \cdot 10^{13}$ рад/с, возбуждаемых при температуре $T = 100$ К.

Решение. Среднее число квантов энергии частотой ω при температуре T рассчитывается по формуле

$$\bar{n} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1} = 0,3.$$

Задача 14. Вычислите в рамках квантовой теории теплоемкости Эйнштейна удельную теплоемкость алюминия при $T = 150$ К. Характеристическая температура Эйнштейна для алюминия $\theta_E = 300$ К. Молярная масса алюминия $M = 0,027$ кг/моль.

Решение. Удельная теплоемкость

$$c = \frac{C}{M} = \frac{3R}{M} \left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\theta_E}{T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\theta_E}{T}\right) - 1\right)^2} = 670 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

Задача 15. Зависимость энергии электронов от волнового вектора в s -зоне кристалла с ромбической решеткой имеет вид

$$E_s(k_x, k_y, k_z) = A_s - B_{s1} \cos(k_x a_1) - B_{s2} \cos(k_y a_2) - B_{s3} \cos(k_z a_3),$$

где k_x, k_y, k_z — компоненты волнового вектора; a_1, a_2, a_3 — периоды трансляции кристаллической решетки; $A_s, B_{s1}, B_{s2}, B_{s3}$ — постоянные.

Постройте графики зависимости E_s, v_x и m_{11}^* от величины k_x .

Решение. Компонента скорости

$$v_x = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k_x}.$$

Компонента тензора эффективной массы

$$m_{11}^* = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}\right)} = \frac{\hbar^2}{B_{s1} a_1^2 \cos(k_x a_1)}.$$

Графики $E_s(k_x), v_x(k_x)$ и $m_{11}^*(k_x)$ приведены на рис. 6.

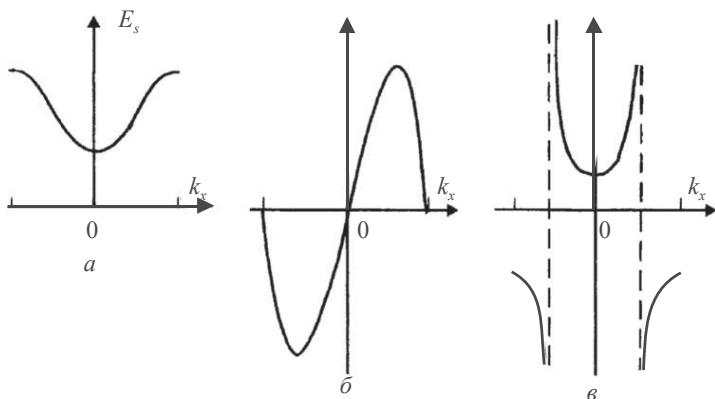


Рис. 6. Зависимости $E_s(a)$, $v_x(b)$ и $m_{11}^*(c)$ от k_x

Задача 16. Удельное электросопротивление натрия $\rho_e = 4,4 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Определите время релаксации τ и среднюю длину свободного пробега l электрона, считая, что каждый атом натрия отдает в зону проводимости один валентный электрон. Плотность ρ и молярная масса M натрия известны.

Решение. Поскольку

$$\rho_e = \frac{m_0}{ne^2\tau}, \text{ а } n = \frac{\rho N_A}{M}, \text{ то } \tau = \frac{m_0 M}{N_A e^2 \rho \rho_e} = 3,1 \cdot 10^{-14} \text{ с}$$

(для натрия эффективная масса электрона незначительно отличается от массы свободного электрона). Средняя длина свободного пробега электрона $l = \tau \cdot v(\xi)$, где $v(\xi)$ – скорость электрона вблизи химического потенциала. Учитывая $\xi = \frac{mv^2(\xi)}{2}$ и пренебрегая зависимостью ξ от температуры, имеем

$$v(\xi) = \frac{\hbar}{m_0} \left(3\pi^2 \rho N_A \right)^{1/3}$$

и

$$l = \frac{\hbar(3\pi^2)^{1/3}}{e^2 \rho_e} \left(\frac{M}{N_A \rho} \right) = 2 \text{ нм}.$$

Задача 17. Вычислите среднее число магнетонов Бора, приходящихся на один атом железа, если при насыщении намагниченность желе-

за $J_H = 1,75 \cdot 10^6$ А/м. Плотность и молярная масса железа равны $\rho = 7,87 \cdot 10^3$ кг/м³, $M = 55,8 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение. Намагниченность насыщения $J_H = np_M$, где n – концентрация атомов с магнитным моментом p_M $\left(n = \frac{N_A \rho}{M}\right)$. Тогда среднее число магнетонов Бора (μ_B) равно

$$\frac{p_M}{\mu_B} = \frac{J_H M}{N_A \rho \mu_B} = 2,35.$$

3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. На рис. 7 указаны направления 1, 2, 3 и 4. Определите их символы.

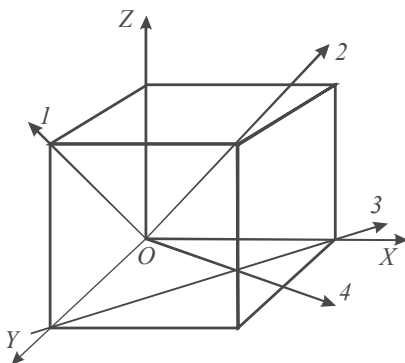


Рис. 7. Кристаллографические направления

2. Определите отношение периодов трансляции в направлении $[111]$ в α - и γ -Fe, если их параметры элементарных ячеек равны $a_\alpha = 2,8485$ Å и $a_\gamma = 3,6394$ Å соответственно.
3. Рассчитайте угол ϕ , образованный направлениями $[110]$ и $[111]$ в кубических решетках.
4. Вычислите углы между следующими парами направлений кристаллов кубической сингонии:
 - а) $[100]$ и $[122]$; в) $[010]$ и $[122]$;
 - б) $[110]$ и $[011]$; г) $[120]$ и $[102]$.

5. Даны наборы кристаллографических направлений в кристаллах кубической сингонии:

а) $[100]$, $[112]$, $[102]$, $[012]$;

б) $[101]$, $[102]$, $[12\bar{1}]$, $[001]$;

в) $[301]$, $[112]$, $[11\bar{1}]$, $[10\bar{2}]$;

г) $[111]$, $[101]$, $[11\bar{1}]$, $[11\bar{2}]$.

Определите, какие из направлений в каждом наборе взаимно перпендикулярны.

6. Вычислите углы ϕ между направлениями $[110]$ и $[011]$ ромбической решетки с параметрами $a = 2,5$, $b = 2,6$, $c = 3,2$ Å и тетрагональной решетки с параметрами $a = b = 2,0$ и $c = 3,2$ Å.

7. Определите символы осей вращения 3-го порядка кубической сингонии. Вычислите углы между ними.

8. Вычислите угол между плоскостями (111) и (112) для меди.

9. Вычислите углы между следующими плоскостями кристаллов кубической сингонии: а) (110) и $(10\bar{1})$; б) (100) и (122) ; в) (110) и (122) ; г) (111) и (122) .

10. Какие углы образует направление $[110]$ с плоскостями (100) , (120) , (121) и (011) в кристаллах кубической сингонии?

11. Тетрагональная решетка галлия имеет следующие параметры: $a = 4,50$ и $c = 7,64$ Å. Вычислите двугранный угол между плоскостями (110) и (102) .

12. Рассчитайте угол наклона направления $[110]$ к плоскости (112) в кубических решетках.

13. Докажите, что для плотнейшей гексагональной упаковки шаров отношение параметров элементарной ячейки $a/c = 1,633$.

14. Вычислите объем элементарной ячейки в кристалле гексагональной системы с параметрами a и c .

15. Вычислите угол, образованный осью шестого порядка и плоскостью $(11\bar{0}1)$, для цинка, если соотношение $c/a = 1,86$.

16. Какой угол образует ось вращения шестого порядка с плоскостью $(10\bar{1}1)$ в кадмии, для которого соотношение $c/a = 1,89$?

17. Определите угол между плоскостями $(11\bar{2}1)$ и $(11\bar{2}2)$ в магнии, для которого $c/a = 1,62$.

18. Определите ось зоны плоскостей, символы которых равны (120) и (012) .

19. Даны две пары плоскостей в кристалле кубической сингонии: а) (100) , (011) ; б) (011) и (122) . Определите символы их зон и символы грани, содержащей оси найденных зон.

20. Вычислите символы зон для следующих пар плоскостей кристаллов кубической сингонии:

- а) (100) , (111) ; в) (001) , (111) ;
б) (110) , (121) ; г) (011) , (121) .

21. Вычислите символы грани, содержащей направления с символами $[120]$ и $[100]$.

22. Определите символы кристаллографических плоскостей кристалла гексагональной сингонии, содержащей направления:

- а) $[10\bar{1}0]$, $[02\bar{2}1]$; в) $[10\bar{1}2]$, $[01\bar{1}4]$;
б) $[0\bar{1}11]$, $[1\bar{1}00]$; г) $[20\bar{2}1]$, $[01\bar{1}0]$.

23. Определите символы зон для следующих пар кристаллографических плоскостей кристаллов гексагональной сингонии:

- а) $(10\bar{1}0)$, $(10\bar{1}1)$; в) $(10\bar{1}0)$, $(1\bar{1}02)$;
б) $(10\bar{1}0)$, $(10\bar{1}2)$; г) $(10\bar{1}0)$, $(10\bar{1}4)$.

24. В кристалле, имеющем кубическую структуру, угол между плоскостью (110) и плоскостью P , принадлежащей зоне $[010]$, равен $\varphi = 71,6^\circ$. Вычислите индексы плоскости.

25. Определите индексы направления, совпадающего с пересечением плоскостей (120) и (311) .

26. Вычислите символы грани, которая лежит одновременно в двух зонах, определяемых плоскостями $(10\bar{1}2)$, $(01\bar{1}0)$ и $(10\bar{1}0)$, $(01\bar{1}1)$ соответственно.

27. Сравните ретикулярные плотности узлов p для плоскостей (100) , (110) и (111) объемноцентрированной кубической решетки, параметр элементарной ячейки которой равен a .

28. Вычислите ретикулярную плотность узлов p для плоскостей (100) , (110) и (111) гранецентрированной кубической решетки с параметром элементарной ячейки a .

29. Определите отношение ретикулярных плотностей узлов в плоскостях (100) и (111) для кристаллов с ГЦК- и ОЦК-структурами.

30. Определите наименьшее расстояние b между атомами алюминия, плотность которого $\rho = 2,699 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, а молярная масса $M = 26,98 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

31. Вычислите количество элементарных ячеек в $V = 2 \text{ см}^3$ кристалла алюминия, если его плотность $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, а молярная масса $M = 27 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

32. Вычислите металлический радиус золота, если параметр его кристаллической решетки равен $a = 4,704 \text{ \AA}$.

33. Рассчитайте металлический радиус натрия, параметр кристаллической решетки которого равен $a = 4,225 \text{ \AA}$.

34. Вычислите плотность молибдена, если межплоскостное расстояние $d_{(110)} = 2,24 \text{ \AA}$, а молярная масса $M = 95 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

35. Молярная масса алюминия $M = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ кг/моль}$, а параметр элементарной ячейки $a = 4,04 \text{ \AA}$. Вычислите плотность алюминия.

36. Кристалл кадмия имеет плотноупакованную гексагональную структуру с параметрами элементарной ячейки $a = 2,97$ и $c = 5,61 \text{ \AA}$. Вычислите плотность кадмия, если его молярная масса $M = 0,112 \text{ кг/моль}$.

37. Определите плотность бромистого калия, имеющего простую кубическую решетку с параметром $a = 0,659 \text{ нм}$.

38. Рассчитайте параметр кристаллической решетки хлористого натрия, если его плотность $\rho = 2,18 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, молярные массы натрия и хлора $M_{\text{Na}} = 23,1 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $M_{\text{Cl}} = 35,45 \text{ кг/моль}$.

39. Определите число элементарных ячеек в объеме $V = 2,0 \text{ см}^3$ меди и кобальта, имеющих гранецентрированную и гексагональную плотноупакованные решетки соответственно. Параметры кристаллических решеток известны: $a_{\text{Cu}} = a_{\text{Co}} = 0,251 \text{ нм}$, $c_{\text{Co}} = 0,411 \text{ нм}$.

40. Вычислите отношения межплоскостных расстояний $d_{(100)} : d_{(110)} : d_{(111)}$: а) для простой; б) объемноцентрированной; в) гранецентрированной решеток.

41. На сколько различаются положения атомов в плоскостях $\{101\}$ ОЦК-фазы и $\{111\}$ ГЦК-фазы одного и того же металла? Плотности обеих фаз металла одинаковы.

42. Определите радиусы первой (R_1) и второй (R_2) координационных сфер и число атомов в них (k_1 и k_2 соответственно) для α - и γ -Fe. Параметры кристаллических решеток a_α и a_γ известны.

43. Вычислите координационное число k_1 и радиус первой координационной сферы R_1 для меди, если параметр кристаллической решетки $a = 3,615 \text{ \AA}$.

44. Чему равен максимальный радиус атома r , который может быть расположен в октаэдрической поре, образованной соприкасающимися атомами радиусом R ? Атомы считать жесткими сферами.

45. Вычислите максимальный радиус r атома, который может быть расположен в тетраэдрической поре плотноупакованных структур, образованных атомами радиусом R .

46. Рассчитайте коэффициенты компактности для ОЦК-, ГЦК-, ГПУ-структур.

47. Вычислите значения функции распределения $U(r)$ для упаковки шаров объемноцентрированной решетки.

48. Определите относительное изменение объема при переходе железа из α -фазы в γ -фазу. Параметры элементарных ячеек при 911°C для α - и γ -Fe равны $a_\alpha = 2,8485$ и $a_\gamma = 3,6394 \text{ \AA}$ соответственно.

49. Вычислите относительное изменение объема при аллотропном превращении $\beta \rightarrow \alpha$ в кобальте. Параметры элементарных ячеек при 20°C для α -Co $a_\alpha = 2,514 \text{ \AA}$, $c = 4,105 \text{ \AA}$, для β -Co $a_\beta = 3,554 \text{ \AA}$.

50. Постройте элементарную ячейку Вигнера – Зейтца для двумерной прямоугольной кристаллической решетки с периодами трансляции $0,25$ и $a_2 = 0,20$ нм. Определите периоды трансляции обратной решетки. Вычислите длину сторон и площадь первой зоны Бриллюэна.

51. Вычислите длину ребер и площадь квадратных и шестиугольных граней элементарной ячейки Вигнера – Зейтца для натрия. Определите двугранные углы между гранями. На каком расстоянии от центра ячейки находятся указанные грани, если расстояние между атомами $b = 3,034 \text{ \AA}$?

52. Постройте элементарную ячейку Вигнера – Зейтца для меди. Определите расстояние между центром данной ячейки и центрами ее граней. Рассчитайте двугранные углы, образованные соседними гранями, и их площадь. Определите длину ребер и углы между ними. Расстояние между атомами $b = 2,556 \text{ \AA}$.

53. Параметры элементарной ячейки цинка $a = 2,665$ и $c = 4,947 \text{ \AA}$. Определите параметры элементарной ячейки обратной решетки. Вычислите объем элементарной ячейки цинка и объем элементарной ячейки его обратной решетки.

54. Вычислите концентрацию вакансий в меди при $T = 1200 \text{ K}$, если энергия и энтропия их образования равны $E_v^f = 1,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ и $\Delta S_v^f = 2 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$.

55. Во сколько раз концентрация вакансий в вольфраме при $T_1 = 1000 \text{ K}$ меньше, чем при $T_2 = 3650 \text{ K}$? Энергия образования вакансий в вольфраме $E_v^f = 3,3 \text{ эВ}$.

56. Вычислите силу, с которой взаимодействуют две параллельные винтовые дислокации с векторами Бюргерса $b = \frac{1}{2}a[111]$ в меди, в расчете на единицу длины, если расстояние между ними $r_1 = 80 \text{ \AA}$. Модуль сдвига меди $G = 4,36 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, параметр элементарной ячейки $a = 3,615 \text{ \AA}$.

57. В параллельных плоскостях алюминия, расстояние между которыми $D = 90 \text{ \AA}$, находятся параллельные краевые дислокации с вектора-

ми Бюргерса $b = \frac{1}{2}a[110]$ на расстоянии друг от друга $L = 180 \text{ \AA}$. Вычислите силу, действующую на единицу длины дислокации. Известно, что для алюминия модуль сдвига $G = 2,56 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,31$, параметр элементарной ячейки $a = 4,049 \text{ \AA}$.

58. В α -Fe полная дислокация с вектором Бюргерса $b_1 = \frac{1}{2}a[111]$ расщепляется на две частичные дислокации с векторами Бюргерса $b_2 = \frac{1}{3}a[112]$ и $b_3 = \frac{1}{6}a[1\bar{1}\bar{1}]$. Определите величины векторов Бюргерса рассмотренных дислокаций, если $a = 2,90 \text{ \AA}$.

59. Во сколько раз различаются величины векторов Бюргерса дислокации $b_\gamma = \frac{1}{2}a_\gamma[110]$ в γ -Fe и дислокации $b_\alpha = \frac{1}{2}a_\alpha[111]$ в α -Fe?

60. Расстояние между ближайшими атомами в меди $d = 2,557 \text{ \AA}$. Чему равен вектор Бюргерса краевых полных дислокаций, скользящих в плоскостях $\{111\}$?

61. В металлах с ОЦК-структурой происходит расщепление полной дислокации с вектором Бюргерса $b_1 = \frac{1}{2}a[11\bar{1}]$ на две новые дислокации с векторами Бюргерса $b_2 = \frac{1}{3}a[11\bar{2}]$ и $b_3 = \frac{1}{6}a[111]$. Определите величины векторов b_1, b_2, b_3 , а также углы между ними.

62. Полная дислокация с вектором Бюргерса $\frac{1}{2}a[110]$ расщепляется на две дислокации с векторами Бюргерса $\frac{1}{6}a[211]$ и $\frac{1}{6}a[12\bar{1}]$. Вычислите углы между векторами Бюргерса исходной и новых дислокаций.

63. Определите, какие из дислокационных реакций в металле с ОЦК-структурой являются энергетически выгодными:

- а) $\frac{1}{2}a[11\bar{1}] \rightarrow \frac{1}{6}a[11\bar{1}] + \frac{1}{3}a[11\bar{1}]$;
- б) $\frac{1}{2}a[11\bar{1}] \rightarrow \frac{1}{6}a[11\bar{1}] + \frac{1}{6}a[11\bar{1}] + \frac{1}{6}a[11\bar{1}]$;
- в) $\frac{1}{2}a[111] \rightarrow \frac{1}{3}a[112] + \frac{1}{6}a[11\bar{1}]$;
- г) $\frac{1}{2}a[\bar{1}\bar{1}1] + \frac{1}{2}a[111] \rightarrow a[001]$.

64. Является ли энергетически выгодным протекание дислокационной реакции в металле, имеющем ГЦК-структуру

$$\frac{1}{2}a[10\bar{1}] \rightarrow \frac{1}{6}a[2\bar{1}\bar{1}] + \frac{1}{6}a[11\bar{2}]?$$

65. Возможно ли в металлах с ОЦК-структурой расщепление полной дислокации по схеме

$$\frac{1}{2}a[11\bar{1}] \rightarrow \frac{1}{6}a[11\bar{1}] + \frac{1}{3}a[11\bar{1}]?$$

66. В металле с ОЦК-структурой дислокация с вектором Бюргерса $b = \frac{1}{2}a[111]$ расщепляется на две дислокации, одна из которых имеет вектор Бюргерса $b_1 = \frac{1}{3}a[112]$. Определите вектор Бюргерса b_2 другой дислокации.

67. На поверхности шлифа, совпадающей с плоскостью $\{110\}$ полигонизованного α -Fe, наблюдается малоугловая граница, состоящая из краевых дислокаций, расстояние между которыми $L = 200 \text{ \AA}$. Вычислите угол разориентировки соседних блоков.

68. Малоугловая граница состоит из краевых дислокаций, расстояние между которыми $L = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$. Угол разориентировки соседних блоков, обусловленный данной границей, равен $\theta = 1'$. Чему равен вектор Бюргерса дислокации?

69. Вычислите расстояние между структурными дислокациями, если периоды трансляций кристаллических решеток исходной и новой фаз, параллельных друг другу и межфазной границе, равны $a_1 = 3,00$ и $a_2 = 3,03 \text{ \AA}$ соответственно.

70. Определите равновесную концентрацию ступенек, энергия образования которых $U_j = 0,1 \text{ эВ}$, на дислокации при комнатной температуре $T_1 = 290$ и $T_2 = 900 \text{ К}$.

71. Монокристалл алюминия имеет форму прямоугольного параллелепипеда, гранями которого являются плоскости $\{100\}$. Под действием нагрузки происходит скольжение по одной из систем $\{111\}\langle 110 \rangle$. Вычислите углы, образованные линиями скольжения и ребром монокристалла.

72. Почему при изгибе оловянного прутка слышен треск?

73. Двойник имеет клиновидную форму, причем отношение толщины двойника у устья h к его длине L равно $h/L = 1 \cdot 10^{-3}$. Определите плотность двойникующих дислокаций на границе двойника, если период

трансляции кристаллической решетки в направлении, перпендикулярном движению двойникующих дислокаций, равен $a = 0,25$ нм.

74. Следы выхода двойника на верхней и боковой гранях образца, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, образуют углы α и β с ребром образца. Вычислите угол γ между плоскостью двойникового и верхней гранью.

75. Монокристалл α -Fe имеет форму прямоугольного параллелепипеда, гранями которого являются плоскости $\{100\}$. Определите, какие углы образуют двойниковые прослойки на гранях монокристалла, если двойникование происходит по плоскостям $\{112\}$.

76. Какие факторы задерживают протекание полигонизации металлов?

77. Определите значения температуры начала рекристаллизации свинца, алюминия и меди.

78. Во сколько раз отличаются температуры начала рекристаллизации молибдена ($T_{\text{пл}} = 2620$ °C) и алюминия ($T_{\text{пл}} = 660$ °C)?

79. Изменение твердости H_v и удельного электросопротивления ρ_e при изохронном отжиге деформированного металла представлено на рис. 8. Какие процессы протекают в деформированном металле при отжиге?

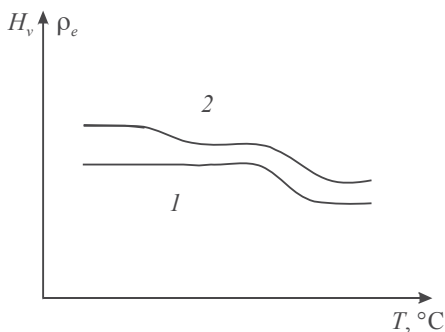


Рис. 8. Изменение твердости H_v (1) и удельного электросопротивления ρ_e (2) при изохронном отжиге

80. Можно ли создать значительное упрочнение чистого свинца, если его продеформировать при комнатной температуре?

81. Как влияет полигонизация на рекристаллизацию металла?

82. Через время $t_1 = 15$ мин после нагрева деформированного бруска металла объемная доля рекристаллизованного металла составляет $\xi_1 = 0,15$.

Через сколько времени t_2 доля рекристаллизованного объема составит $\xi_2 = 0,85$?

83. После $t_1 = 10$ мин отжига деформированного тонкого листа объемная доля рекристаллизованного металла составляет $\xi_1 = 0,1$. Сколько времени потребуется, чтобы доля рекристаллизованного объема увеличилась до $\xi_2 = 0,5$ и $\xi_3 = 0,9$?

84. Через $t_1 = 10$ мин и $t_2 = 1,5$ ч после начала собирательной рекристаллизации средний размер зерна увеличился с $\overline{D}_1 = 0,05$ до $\overline{D}_2 = 0,15$ мм. Определите зависимость среднего размера зерна от времени протекания собирательной рекристаллизации.

85. На рис. 9 приведено сечение поликристалла, на котором случайным образом расположены секущие длиной 1 мм и ценой деления 0,01 мм соответственно. Определите средний размер зерна $\overline{d}$ и удельную поверхность межзеренных границ S .

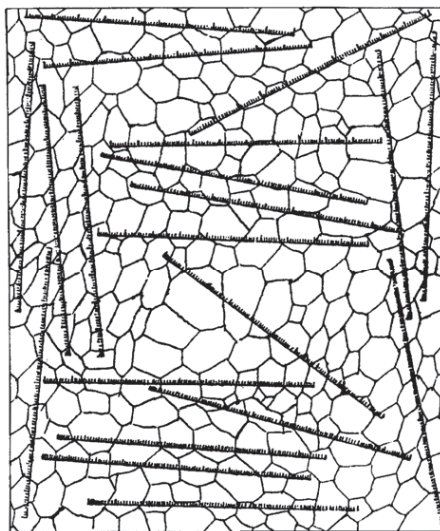


Рис. 9. Зеренная структура поликристалла

86. В сплаве, случайное сечение которого представлено на рис. 10, содержатся шаровидные частицы второй фазы. Вычислите среднее число частиц N в единице объема и среднее расстояние между их центрами λ . Считать, что сторона квадрата, используемого при обachte микроструктуры сплава, равна 1 мм.

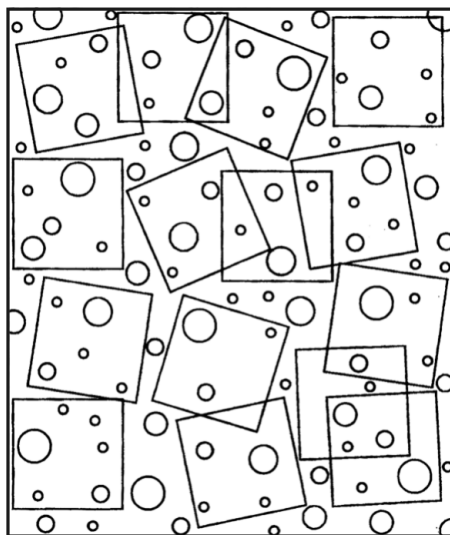


Рис. 10. Сечение сплава, содержащего шаровидные частицы второй фазы

87. На рис. 11 представлено сечение сплава, содержащего выделения α -фазы. На сечении случайным образом расположены шаблоны, содержащие $N_0 = 100$ точек. Определите объемную долю V_α , а также вычислите среднее квадратичное отклонение $\sigma(V_\alpha)$, дисперсию $D(V_\alpha)$, коэффициент вариации $\delta(V_\alpha)$ и вероятную ошибку ΔV_α ($P = 0,95$, $t = 0,6745$).

88. Методом секущих определялась объемная доля второй фазы V_α сплава, изображение шлифа которого представлено на рис. 12. Вычислите среднее квадратичное отклонение $\sigma(V_\alpha)$, дисперсию $D(V_\alpha)$, коэффициент вариации $\delta(V_\alpha)$ и вероятную ошибку ΔV_α ($P = 0,95$, $t = 0,6745$).

89. Изображение следов линейных элементов металла на случайной секущей плоскости и случайным образом расположенные квадраты со стороной, равной 0,1 мм, представлены на рис. 13. Определите плотность линейных элементов L , среднее квадратичное отклонение $\sigma(L)$, дисперсию $D(L)$, коэффициент вариации $\delta(L)$ и относительную ошибку $\epsilon(L)$ при нормированном отклонении $t = 1,65$.

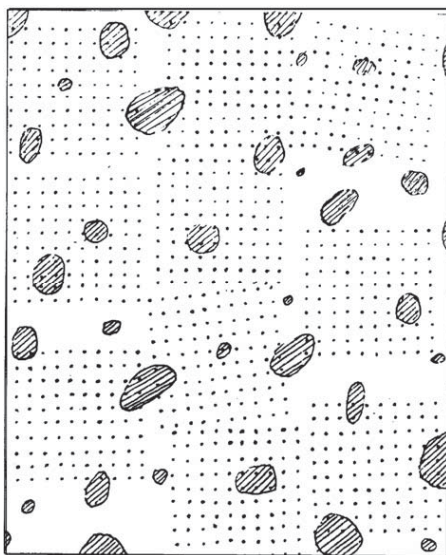


Рис. 11. Определение объемной доли α -фазы
точечным методом

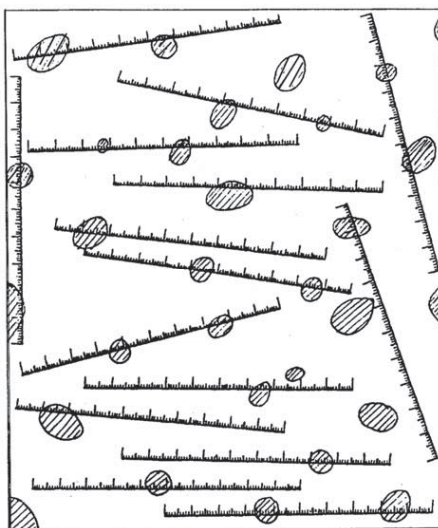


Рис. 12. Определение объемной доли
второй фазы методом секущих

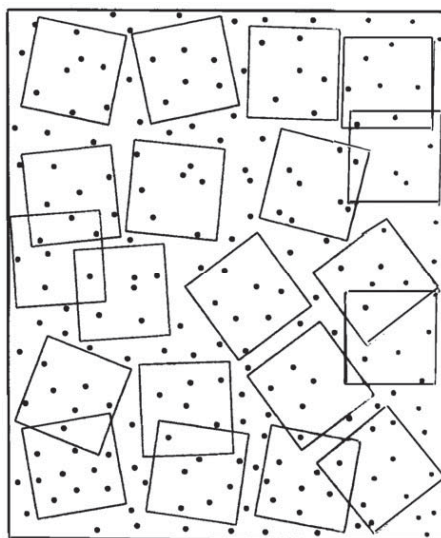


Рис. 13. Следы линейных элементов на случайной секущей плоскости

90. На рис. 14 представлено случайное сечение сплава, содержащего выделения второй фазы. С помощью секущих длиной 1 мм и ценой деления 0,01 мм, расположенных хаотично на рис. 14, вычислите удельную поверхность межфазной границы S , а также $\sigma(S)$, $D(S)$, $\delta(S)$ при нормированном отклонении $t = 1,65$.

91. При изучении линейных элементов тонкой фольги толщиной $d = (1,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-7}$ м с помощью электронного микроскопа получены изображения их проекций на плоскости (рис. 15). На том же рисунке расположены случайные секущие. С учетом увеличения считать, что длина секущих и цена деления на них равны 10^{-2} и 10^{-4} мм соответственно. Вычислите плотность линейных элементов L и относительную ошибку ее определения $\epsilon(L)$.

92. При измерении объемной доли второй фазы использовался шаблон с $N_0 = 100$ точек. В табл. 2 указаны числа точек N_i , попавших на сечение α -фазы, при 15 измерениях. Определите объемную долю второй фазы V_α , среднееквадратичное отклонение $\sigma(V_\alpha)$, дисперсию $D(V_\alpha)$, коэффициент вариации $\delta(V_\alpha)$ и вероятную ошибку ΔV_α определения V_α .

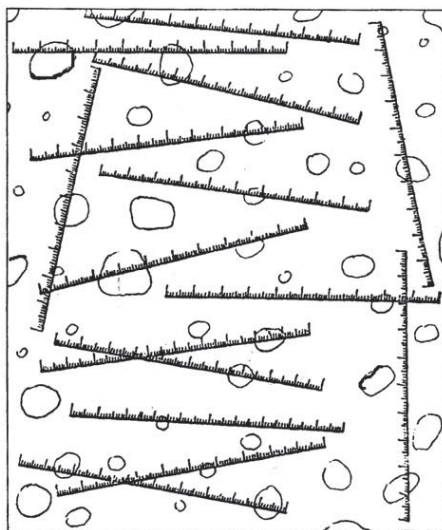


Рис. 14. Изображение межфазных границ
на случайном сечении сплава

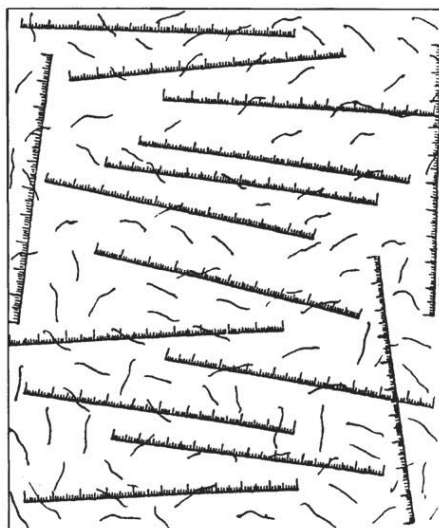


Рис. 15. Проекция линейных элементов фольги

Таблица 2

Число точек, попавших на сечение α -фазы

Вариант	Номер измерения														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
А	4	2	6	3	3	5	4	5	3	4	5	3	4	4	3
Б	7	7	8	5	6	8	7	6	7	9	6	6	7	8	7
В	9	10	11	9	8	10	9	9	7	8	9	8	11	10	9
Г	18	19	20	21	18	18	20	19	19	22	18	20	23	20	17
Д	15	20	23	17	18	18	19	20	24	25	16	16	17	22	23

93. Методом секущих проведены измерения хорд, отсекаемых порами. Определите объемную долю V_n и удельную поверхность S_n пор. Вычислите среднеквадратичное отклонение σ , дисперсию D , коэффициент вариации δ и вероятную ошибку ($P = 0,5$, $t = 0,6745$) определения V_n и S_n . Результаты измерений приведены в табл. 3 для 20 секущих, длина каждой из которых равна 1 мм.

Таблица 3

Длина хорд (мкм), отсекаемых порами

Вариант	Номер измерения																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
А	3	7	2	4	2	10	13	6	9	7	4	11	4	5	10	15	10	6	6	4
	14	9	8	11	4	—	2	7	6	7	6	4	7	11	—	—	6	7	4	6
	5	—	8	5	7	—	—	4	—	—	7	—	5	—	—	—	—	8	7	
Б	28	17	24	22	19	30	13	5	13	16	12	32	10	27	36	38	33	14	8	19
	14	6	16	24	25	10	27	32	18	19	17	6	32	10	7	2	19	18	14	7
	—	15	7	—	6	7	—	11	14	—	6	—	6	15	—	—	—	21	30	26
В	90	81	12	6	91	82	76	63	40	30	57	42	51	33	54	27	19	47	58	28
	36	13	75	95	72	14	40	69	78	80	14	71	17	43	38	58	26	93	87	46
	17	29	49	—	—	30	—	20	—	—	29	22	72	69	50	98	96	—	40	86

94. При определении объемной доли второй фазы планиметрическим методом использовался квадратный шаблон площадью $S = 1 \cdot 10^4$ мкм². На шлифе наблюдались сечения выделений второй фазы, площади которых равны: $S_1 = 5$, $S_2 = 10$, $S_3 = 15$, $S_4 = 20$, $S_5 = 25$, $S_6 = 30$, $S_7 = 40$, $S_8 = 50$, $S_9 = 70$ и $S_{10} = 100$ мкм². Результаты обсчета структуры при объеме вы-

борки $x = 10$, $x = 20$ представлены в табл. 4 и 5 соответственно. Рассчитайте объемную долю второй фазы V_α , среднее квадратичное отклонение σ , дисперсию D , коэффициент вариации δ . Вычислите относительную ошибку ΔV_α при нормированном отклонении $t = 1,65$.

Таблица 4

**Данные по обсчету структуры планиметрическим методом
при объеме выборки $x = 10$**

Измерения	Сечения выделений второй фазы									
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
1	25	7	8	4	7	3	2	3	0	1
2	30	19	13	12	2	5	1	2	1	0
3	32	12	10	11	6	6	3	0	1	1
4	17	18	15	10	9	8	4	1	2	0
5	22	16	9	5	8	6	2	3	1	0
6	19	20	11	7	4	7	3	2	0	1
7	16	22	10	6	5	2	4	2	0	1
8	23	17	12	7	3	3	5	3	1	0
9	29	14	11	9	2	4	3	0	1	1
10	30	15	9	6	4	2	3	2	2	0

Таблица 5

**Данные по обсчету структуры планиметрическим методом
при объеме выборки $x = 20$**

Измерения	Сечения выделений второй фазы									
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
1	27	13	11	8	4	4	2	2	0	1
2	31	15	12	11	4	5	2	1	1	1
3	24	15	12	10	8	7	3	1	2	0
4	20	18	10	6	5	7	3	2	2	0
5	17	21	10	7	4	4	3	2	0	1
6	20	20	10	6	5	4	4	2	1	0
7	26	15	12	8	4	3	4	2	1	0
8	23	17	10	7	4	4	3	1	1	1
9	26	15	11	8	2	4	4	2	2	0
10	29	14	10	8	3	3	3	1	0	1

Измерения	Сечения выделений второй фазы									
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}
11	26	7	7	4	7	3	2	2	0	1
12	29	18	14	12	2	5	1	2	1	0
13	31	11	9	10	7	7	4	0	1	1
14	17	18	15	10	9	8	4	1	2	0
15	21	16	9	7	6	6	2	3	1	0
16	19	20	10	8	4	7	3	2	0	1
17	16	21	9	6	5	3	4	2	0	1
18	23	17	11	7	4	3	5	3	1	0
19	28	14	10	9	2	4	3	0	1	1
20	29	15	9	7	3	2	3	2	2	0

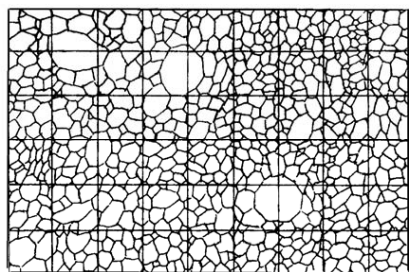
95. Для определения удельной поверхности S межфазной границы использовался метод секущих. В табл. 6 приведены числа пересечений m_i секущих с межфазной границей сплавов А, Б, В, Г и Д при объеме выборки $x = 15$. Вычислите среднеквадратичное отклонение $\sigma(S)$, дисперсию $D(S)$, коэффициент вариации $\delta(S)$ и абсолютную ошибку ΔS при нормированном отклонении $t = 1,65$. Длина секущих равна 1 мм.

Таблица 6

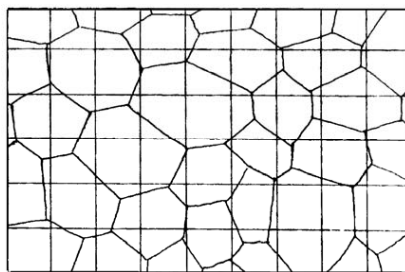
Число пересечений секущих с межфазной границей

Сплав	Номер секущих														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
А	8	6	4	0	4	7	6	3	8	9	5	6	4	7	3
Б	12	16	13	18	10	6	8	9	11	10	17	15	12	14	12
В	18	20	15	24	27	17	18	20	22	19	26	22	20	24	23
Г	6	19	12	24	28	25	8	14	9	17	23	29	18	10	12
Д	17	18	24	23	19	23	20	22	19	22	23	18	19	20	22

96. На рис. 16 представлена зеренная структура металла после первичной и собирательной рекристаллизации. Определите изменение удельной поверхности межзеренных границ.



a



б

Рис. 16. Зеренная структура металла после первичной (*a*) и собирательной (*б*) рекристаллизации

97. Для определения плотности линейных элементов L по их следам, наблюдаемым на шлифе, использовался шаблон площадью $S_0 = 10^{-4} \text{ мм}^2$. Результаты обсчета структуры сплавов А, Б и В при объеме выборки элементов $x = 30$ представлены в табл. 7. Вычислите плотность линейных элементов L , среднее квадратичное отклонение σ , дисперсию D , коэффициент вариации δ , относительную ϵ и абсолютную ΔL ошибки при нормированном отклонении $t = 1,65$.

Таблица 7

Число следов M линейных элементов, попадающих в шаблон

Номер измерений	Сплав			Номер измерений	Сплав			Номер измерений	Сплав		
	А	Б	В		А	Б	В		А	Б	В
1	40	72	38	11	56	78	57	21	54	85	73
2	48	90	70	12	62	93	42	22	53	77	65
3	65	98	43	13	52	87	49	23	42	93	86
4	38	84	58	14	54	76	70	24	61	84	54
5	46	87	92	15	57	80	36	25	53	80	62
6	48	91	85	16	49	84	46	26	55	79	78
7	52	77	98	17	56	77	57	27	51	88	55
8	47	79	79	19	54	74	68	28	54	80	94
9	58	84	60	19	48	90	77	29	52	86	69
10	43	80	53	20	60	88	82	30	58	78	74

98. Чем обусловлено то, что на дифрактограмме молибдена отражение с индексами 200 наблюдается, а с индексами 100 и 300 отсутствует?

99. Почему на дифрактограмме отражение 111 наблюдается для меди и отсутствует для $\alpha\text{-Fe}$?

100. Отражения скольких порядков от плоскости (111) можно получить для образца из никеля (параметр элементарной ячейки $a = 3,524 \text{ \AA}$) при съемке в медном излучении ($\lambda_{\text{Cu}} = 1,543 \text{ \AA}$)?

101. Параметры элементарной ячейки цинка $a = 2,665$ и $c = 4,947 \text{ \AA}$. Рассчитайте значения углов (в масштабе 2θ), при которых наблюдаются дифракционные линии при съемке поликристаллического образца в медном излучении.

102. При каких значениях углов (в масштабе 2θ) будут наблюдаться дифракционные отражения алюминия в кобальтовом излучении ($\lambda_{\text{Co}} = 1,79 \text{ \AA}$), если параметр его элементарной ячейки равен $a = 4,05 \text{ \AA}$?

103. При съемке поликристаллического $\alpha\text{-Fe}$ ($a = 2,86 \text{ \AA}$) в медном излучении ($\lambda_{\text{Cu}} = 1,54 \text{ \AA}$) получена дифракционная линия, соответствующая $\theta = 22^\circ 25'$. Определите плоскость, от которой происходит отражение рентгеновского излучения.

104. На дифрактограмме поликристаллического образца, снятой в излучении $\lambda_{\text{Cu}} = 1,543 \text{ \AA}$, наблюдаются отражения при следующих углах 2θ : $25,6$; $29,6$; $42,2$; $50,0$; $52,6$ и $61,0^\circ$. Относится ли вещество, из которого изготовлен образец, к кубической сингонии? Какие индексы следует приписать данным отражениям? Вычислите параметр элементарной ячейки.

105. Почему при нагреве деформированного металла интенсивность одних дифракционных линий увеличивается, а других уменьшается?

106. Чем вызвано появление на дифрактограмме дополнительных отражений при отжиге закаленного твердого раствора Fe–25 ат. % Al?

107. Отжиг деформированного монокристалла приводит к замене вытянутых дифракционных пятен на лауэграмме на ряд четких пятен. Чем обусловлен данный эффект?

108. Почему отдых деформированных металлов вызывает сужение дифракционных линий?

109. На рис. 17 приведена часть дифрактограммы с двумя линиями деформированного образца (a), который затем отжигался при температурах T_1 (b) и T_2 (c) ($T_2 > T_1$). Что можно сказать о процессах, протекающих при отжиге?

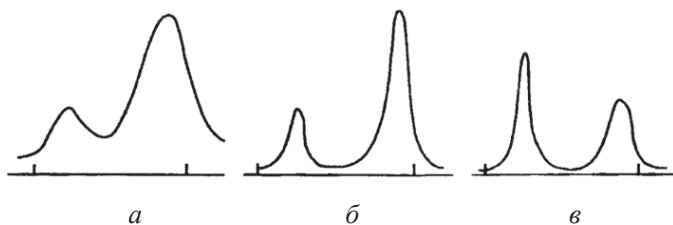


Рис. 17. Дифрактограммы деформированного (а) и отожженного (б, в) металлов

110. Физическое уширение дифракционной линии ($2\theta = 127^\circ$) обусловлено только микродеформациями и составляет $\beta = 0,3^\circ$. Вычислите их величину, если дифрактограмма получена в медном излучении.

111. Определите размер блоков в поликристаллическом образце, изготовленном спеканием мелкозернистого порошка, если физическое уширение дифракционной линии, наблюдаемой при $2\theta = 120^\circ$ в медном излучении, равно $\beta = 0,2^\circ$.

112. Физическое уширение дифракционных линий 110 и 220 поликристалла α -Fe составляет $\beta_1 = 0,18^\circ$ и $\beta_2 = 0,33^\circ$. Вычислите размер блоков и величину микродеформаций, если рентгеновская съемка проведена в медном излучении.

113. В поликристаллическом вольфраме размер блоков $D = 800 \text{ \AA}$, а величина микродеформаций $\left(\frac{\Delta d}{d}\right) = 1,2 \cdot 10^{-3}$. Рассчитайте величину физического уширения дифракционных линий 110, 220 и 330. Считать, что $\lambda = 1,543 \text{ \AA}$.

114. Физические уширения дифракционных линий 220 и 330 поликристаллического вольфрама составляют: 1) $\beta_{220} = 0,27$, $\beta_{330} = 1,13^\circ$; 2) $\beta_{220} = 0,23$, $\beta_{330} = 0,93^\circ$; 3) $\beta_{220} = 0,27$, $\beta_{330} = 1,03^\circ$; 4) $\beta_{220} = 0,34$, $\beta_{330} = 1,39^\circ$. Определите для указанного материала размер блоков и величину микродеформаций, если их рентгеновская съемка проведена в медном излучении.

115. В табл. 8 представлена интенсивность дифракционных линий сурьмы I_{hkl} и ее эталона I_{hkl}^0 . Определите текстуру в фольге.

Интенсивность дифракционных линий эталона и фольги из сурьмы

Материал	Дифракционная линия									
	$10\bar{1}2$	$10\bar{1}4$	$11\bar{2}0$	$10\bar{1}5$	$20\bar{2}2$	$10\bar{1}7$	$20\bar{2}5$	$21\bar{3}0$	$12\bar{3}5$	0009
Эталон	290	210	190	45	140	35	65	70	30	60
Фольга (1)	280	17	10	4	10	3	5	5	2	5
Фольга (2)	100	40	20	10	25	10	10	15	5	45
Фольга (3)	200	25	15	10	14	7	5	7	3	40

116. На рис. 18 представлена фазовая диаграмма металла. Какие превращения происходят в металле при процессах: $1 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 4$, $5 \rightarrow 6$, $7 \rightarrow 8$?

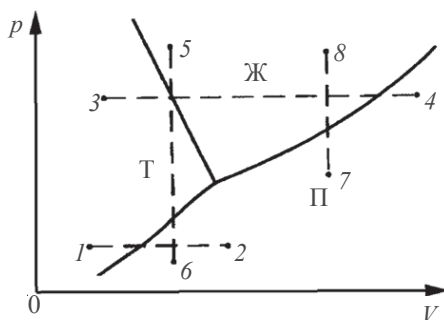


Рис. 18. Фазовая диаграмма металла

117. На рис. 19 приведена фазовая диаграмма железа. Какие превращения происходят при нагревании, если: а) $p = 10^5$ Па; б) $p = 10^{11}$ Па?

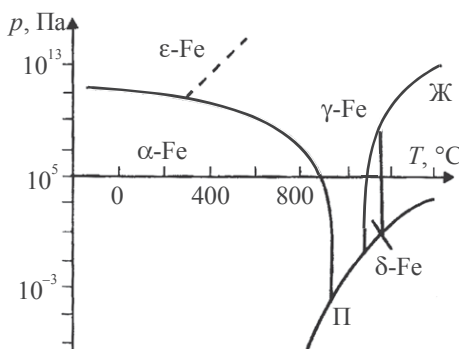


Рис. 19. Фазовая диаграмма железа

118. Почему кривые, показывающие зависимость свободной энергии от температуры, обращены вогнутостью к оси температур?

119. Какой знак изменения энтальпии ΔH и энтропии ΔS будет при сублимации? Определите соотношение между ΔH и $T\Delta S$.

120. Плотности серого и белого олова равны $\rho_\alpha = 5,75 \cdot 10^3$ и $\rho_\beta = 7,28 \cdot 10^3$ кг/м³ соответственно. Вычислите работу, производимую этой системой в расчете на 1 моль по отношению к окружающей среде при превращении $\beta\text{-Sn} \rightarrow \alpha\text{-Sn}$ при $T = 286$ К и $p = 101$ кПа.

121. Кривые плавления вещества A и B имеют вид, показанный на рис. 20. В каком соотношении находятся удельные объемы жидкой ($V_{\text{ж}}$) и твердой ($V_{\text{т}}$) фаз этих веществ?

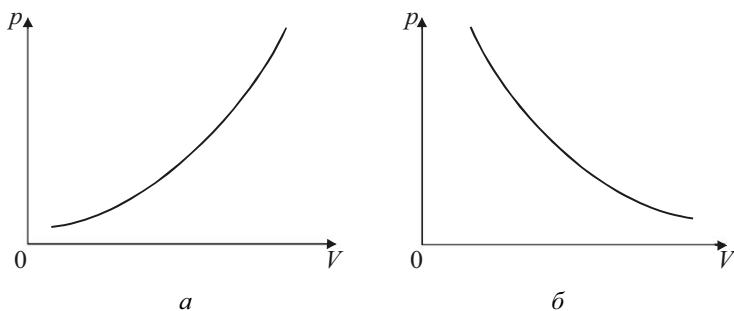


Рис. 20. Кривые плавления веществ A (а) и B (б)

122. Энтропия смешения 1 моля твердого раствора AB в зависимости от концентрации c компонента B описывается выражением $S_{\text{см}} = -kN_A [c \ln c + (1 - c) \ln(1 - c)]$. Определите состав, при котором $S_{\text{см}}$ имеет максимальное значение, и рассчитайте его ($N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹).

123. От чего зависит вид диаграммы состояния?

124. Могут ли находиться в равновесии четыре фазы в бинарном сплаве при постоянном давлении?

125. Какие факторы влияют на длину горизонтальной ступеньки, наблюдаемой на кривой охлаждения при кристаллизации чистого металла?

126. Докажите, что эвтектическое и эвтектоидное превращения в бинарном сплаве при заданном давлении протекают при постоянной температуре.

127. Химический состав сплава Al–4,2 мас. % Cu. Определите содержание меди в сплаве в атомных процентах.

128. Определите в сплаве Al–3,0 ат. % Sb содержание сурьмы в массовых процентах.

129. В каком соотношении (по массе) необходимо взять твердые растворы Bi–4 ат. % Sb и Bi–12 ат. % Sb, чтобы получить твердый раствор Bi–8 ат. % Sb?

130. Сколько атомных процентов сурьмы содержится в сплаве, полученном при сплавлении 20 г твердого раствора Bi–10 ат. % Sb и 30 г твердого раствора Bi–15 ат. % Sb?

131. В каком соотношении (по массе) необходимо взять сплав Cu–10 мас. % Cd и чистую медь, чтобы получить сплав Cu–2 мас. % Cd?

132. Сколько необходимо использовать меди и сплава Cu–10 мас. % Cd, чтобы приготовить $m = 100$ г сплава Cu–2 ат. % Cd?

133. Компоненты A и B , параметры элементарных ячеек которых равны $a_A = 3,425$ и $a_B = 3,375$ Å соответственно, образуют непрерывный ряд твердых растворов. Определите состав твердого раствора, параметр элементарной ячейки которого $a = 3,385$ Å. Считать, что для твердых растворов выполняется закон Вегарда.

134. Диаграмма состояния для сплавов с неограниченной растворимостью компонентов в твердом состоянии приведена на рис. 21. Постройте кривую охлаждения сплава состава c_1 , а также графики зависимостей долей жидкой и твердой фаз от температуры.

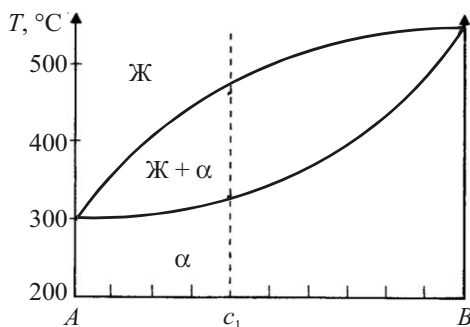


Рис. 21. Диаграмма состояния для сплавов с неограниченной растворимостью

135. На рис. 22 приведена диаграмма состояния с эвтектическим превращением для сплавов с ограниченной растворимостью в твердом состоянии. Постройте кривые охлаждения для сплавов: а) c_1 ; б) c_2 ; в) c_3 ; г) c_4 ; д) c_5 , а также графики зависимостей долей жидкой и твердой фаз от температуры для сплавов c_1 , c_2 и c_3 .

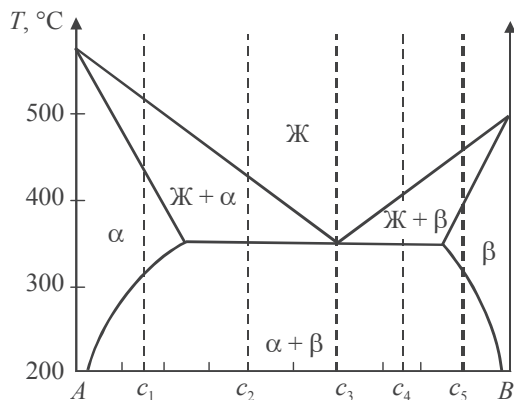


Рис. 22. Диаграмма состояния с эвтектическим превращением

136. Постройте графики зависимостей долей различных фаз от концентрации второго компонента при температурах: а) T_1 ; б) T_2 . Диаграмма состояния сплава представлена на рис. 23.

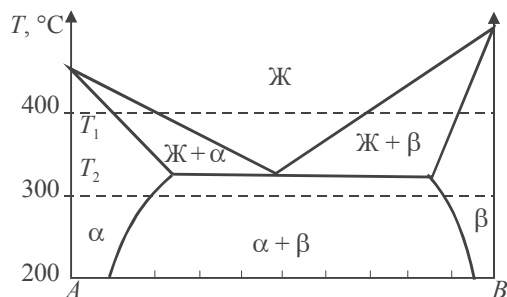


Рис. 23. Диаграмма состояния с эвтектическим превращением

137. На рис. 24 приведена диаграмма состояния с перитектическим превращением для бинарного сплава $A - B$. Постройте кривые охлаждения для сплавов: а) c_1 ; б) c_2 ; в) c_3 ; г) c_4 ; д) c_5 , а также графики зависимостей долей жидкой и твердой фаз от температуры для сплавов c_1 , c_2 и c_4 .

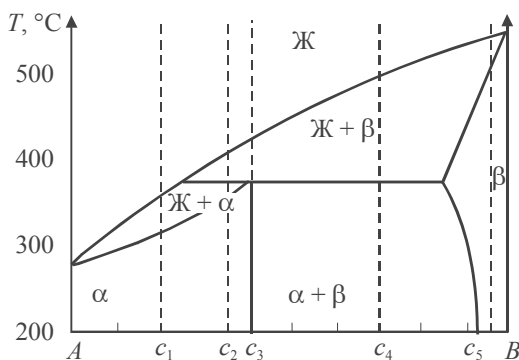


Рис. 24. Диаграмма состояния с перитектическим превращением

138. Диаграмма состояния бинарного сплава, компоненты которого испытывают аллотропные превращения, приведена на рис. 25. Укажите фазовый состав в различных областях диаграммы состояния. Какие превращения наблюдаются в данной системе? Постройте кривые охлаждения для сплавов: а) c_1 ; б) c_2 ; в) c_3 ; г) c_4 .

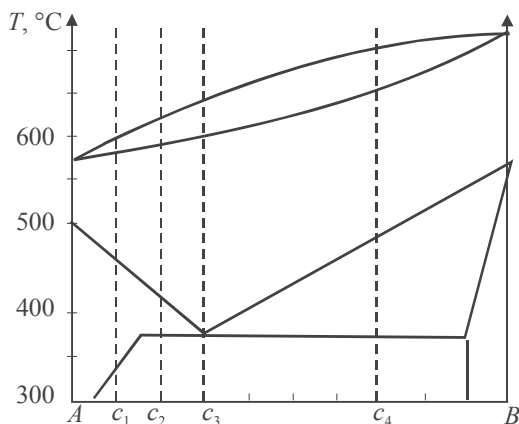


Рис. 25. Диаграмма состояния с аллотропными превращениями компонентов

139. Диаграмма состояния сплава, компоненты которого образуют стойкое химическое соединение AB , приведена на рис. 26. Укажите линии ликвидуса и солидуса. В каком сплаве, состава c_1 или c_2 , содержится большая доля фазы химического соединения? Постройте графики зависимостей долей твердых фаз от количества компонента B сплаве при температуре T_1 .

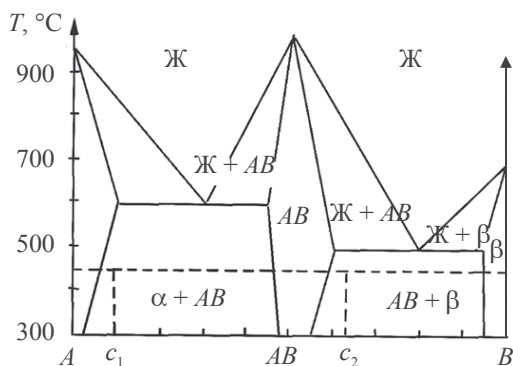


Рис. 26. Диаграмма состояния сплава с химическим соединением AB

140. Во сколько раз различаются удельные поверхности раздела фаз в перлите и троостите, если межпластинчатые расстояния в указанных структурах равны $d_1 = 0,6$ и $d_2 = 0,1$ мкм соответственно?

141. Нарисуйте графики концентрационных зависимостей свободной энергии фаз, участвующих в трехфазном перитектическом равновесии.

142. Нарисуйте графики концентрационных зависимостей свободной энергии фаз, участвующих в трехфазном эвтектическом равновесии.

143. На рис. 27 приведены диаграммы состояния двухкомпонентных систем. Какой вид имеют концентрационные зависимости свободной энергии твердой и жидкой фаз при температуре T_1 ?

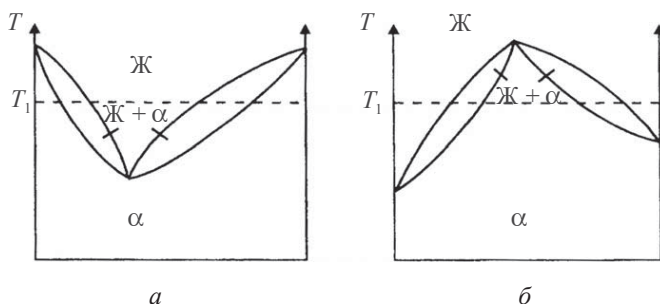


Рис. 27. Диаграмма состояния двухкомпонентных систем:
 а – линии солидус и ликвидус с минимумом;
 б – линии солидус и ликвидус с максимумом

144. Определите концентрацию компонентов в сплавах составов *а*, *б*, *в*, *г* (рис. 28).

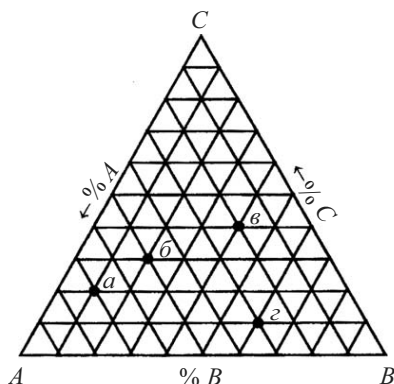


Рис. 28. Концентрационный треугольник тройной системы

145. На концентрационном треугольнике тройной системы $A - B - C$ укажите следующие сплавы: а) 20 % A + 30 % B + 50 % C ; б) 40 % A + 40 % B + 20 % C ; в) 60 % A + 30 % B + 10 % C ; г) 30 % A + 50 % B + 20 % C .

146. Почему в меди растворимость легирующих элементов уменьшается с увеличением номера их подгруппы?

147. Чем обусловлена более низкая растворимость в меди кадмия, чем цинка?

148. К каким электронным фазам относятся соединения: Cu_5Zn_8 , Cu_9Al_4 , CuBe , Cu_3Al , CuZn , Cu_3Sn , Cu_5Cd_8 , Cu_9Ga_4 , $\text{Cu}_{31}\text{Sn}_8$?

149. Определите электронную концентрацию в расчете на один атом (n_e) в фазах: CuZn , Cu_5Zn_8 , Cu_5Zn_3 , Cu_5Sn , $\text{Cu}_{31}\text{Sn}_8$, Cu_3Sn .

150. Раствор углерода в $\gamma\text{-Fe}$ имеет плотность $\rho = 8,142 \text{ г/см}^3$ и период решетки $a = 3,583 \text{ \AA}$. Раствор содержит 0,8 мас. % C . Определите тип раствора, если молярная масса железа $M_{\text{Fe}} = 55,85 \text{ г/моль}$ и углерода $M_C = 12,01 \text{ г/моль}$.

151. Считая, что выделения частиц Al_2Cu имеют форму шара радиусом $r = 2000 \text{ \AA}$, определите их число в единице объема сплава $\text{Al-4,2 мас. \% Cu}$.

Плотность сплава $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, участок диаграммы состояния приведен на рис. 29.

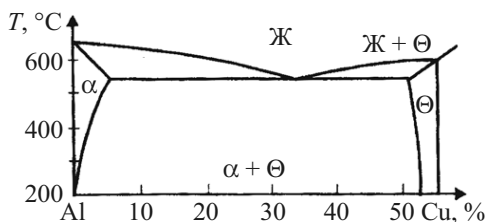


Рис. 29. Диаграмма состояния Al – Cu

152. Найдите зависимость свободной поверхностной энергии межфазной границы от радиуса сферических частиц второй фазы, объемная доля которой составляет $\xi = 5\%$. Удельная поверхностная энергия межфазной границы равна $\gamma = 0,5 \text{ Дж/м}^2$.

153. Объемная доля сферических выделений второй фазы в сплаве составляет 5% . При коалесценции средний диаметр частиц увеличился с 1 до 5 мкм . Определите изменение свободной энергии при коалесценции в расчете на 1 м^3 сплава, если удельная поверхностная энергия межфазной границы равна $\gamma = 0,4 \text{ Дж/м}^2$.

154. Определите изменение свободной энергии в расчете на 1 м^3 сплава, содержащего частицы второй фазы в форме цилиндра диаметром $d = 0,2 \text{ мкм}$ и длиной $L = 100 \text{ мкм}$, при сфероидизации. Объемная доля второй фазы $\xi = 0,05$; упругими деформациями, обусловленными выделениями второй фазы, пренебречь; удельная поверхностная энергия межфазной границы равна $\gamma = 0,5 \text{ Дж/м}^2$.

155. Докажите, что для критического зародыша новой фазы справедливо соотношение $\Delta F_c = \frac{1}{3}(\Delta F_s)_c$, где ΔF_c и $(\Delta F_s)_c$ – свободные энергии активации образования критического зародыша и его поверхностная энергия.

156. Изменение свободной энергии, обусловленное межфазной границей при возникновении зародыша новой фазы из n атомов, можно записать в виде $\Delta F_s = \eta \gamma n^{2/3}$, где γ – удельная поверхностная энергия; η – геометрический фактор. Вычислите геометрический фактор для зародышей

новой фазы, имеющих форму шара и куба. Объем, занимаемый одним атомом, равен v .

157. На плоской поверхности образуется зародыш новой фазы, ограниченной частью сферы радиусом r . Его объем V , площадь сферической S_1 и плоской S_2 межфазных поверхностей можно представить в виде

$$S_1 = \eta_{\alpha\beta} r^2, \quad V = \eta_{\alpha} r^3, \quad S_2 = \eta_{\alpha S} r^2.$$

Вычислите геометрические факторы η_{α} , $\eta_{\alpha\beta}$, $\eta_{\alpha S}$.

158. Определите энергию активации образования зародыша для гомогенного зарождения при $T = 527^\circ\text{C}$, считая, что скорость зародышеобразования при данной температуре равна $I_v = 10^7 \text{ м}^{-3}\text{с}^{-1}$.

159. Рассчитайте значение свободных энергий активации образования критического зародыша на границах зерен разного типа, если скорость зародышеобразования при $T = 800 \text{ K}$ составляет $I_v = 10^8 \text{ м}^{-3}\text{с}^{-1}$.

160. Во сколько раз скорость зародышеобразования при гомогенном механизме отличается от скорости зарождения на гранях зерен разного типа при одной и той же температуре, если контактный угол равен: а) $\theta = \pi/3$; б) $\theta = \pi/4$; в) $\theta = \pi/6$? Считать, что $I_v = 10^6 \text{ м}^{-3}\text{с}^{-1}$.

161. Через $t_1 = 10$ мин после перегрева металла объемная доля новой фазы составляет $\xi_1 = 0,2$. Сколько времени потребуется для фазового превращения при постоянной скорости зародышеобразования, чтобы объемная доля составила $\xi_2 = 0,8$? На сколько изменится результат, если в металле все имеющиеся зародыши новой фазы начинают расти с момента фазового превращения? Скорость роста в обоих случаях постоянна.

162. Через время $t_1 = 2,0$ мин после переохлаждения металла объемная доля новой фазы составляет $\xi_1 = 0,1$. Считая, что скорости зарождения и роста центров новой фазы постоянные, определите объемные доли новой фазы в моменты времени: $t_2 = 2,4$, $t_3 = 2,6$, $t_4 = 3,3$, $t_5 = 4,0$ и $t_6 = 5,0$ мин. Постройте график зависимости $\xi(t)$.

163. Определите содержание углерода в цементе в атомных и массовых процентах.

164. Какие неонвариантные превращения и при каких температурах имеют место в сплавах системы $\text{Fe} - \text{Fe}_3\text{C}$ (рис. 30)?

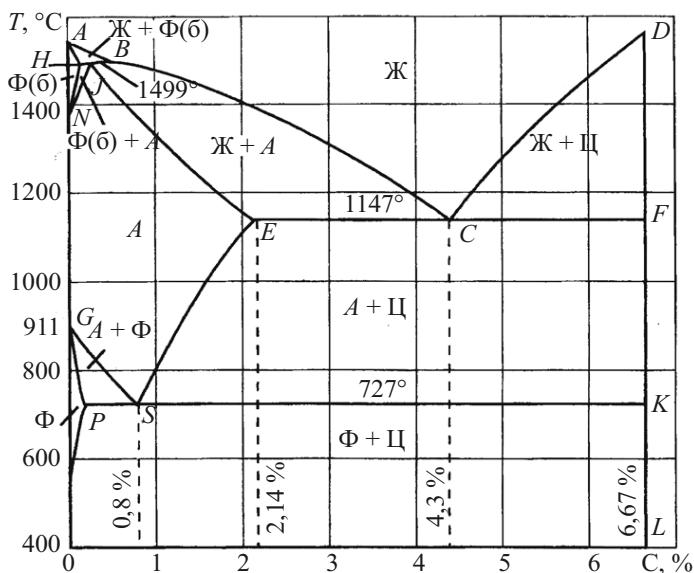


Рис. 30. Диаграмма состояния Fe – Fe₃C

165. Определите устойчивые фазы в областях *QPSKL* и *GPS* диаграммы состояния Fe – Fe₃C.

166. Укажите различия в структуре ледебурита, находящегося в равновесном состоянии при $T > 727^\circ\text{C}$ и при $T < 727^\circ\text{C}$.

167. Объясните, почему в углеродистой стали, содержащей 0,8 мас. % C, эвтектоидное превращение происходит при постоянной температуре, а кристаллизация – в интервале температур.

168. Нарисуйте кривую охлаждения углеродистой стали, содержащей:
 а) 0,2 мас. % C; б) 0,5 мас. % C; в) 0,8 мас. % C; г) 1,2 мас. % C. Объясните процессы, протекающие при охлаждении сталей.

169. Используя диаграмму состояния Fe – Fe₃C (см. рис. 30), определите отношение толщин феррита и цементита, образующихся при эвтектоидном превращении аустенита.

170. На рис. 31 представлена структура феррита после разных режимов обработки. Во сколько раз различаются их удельные поверхности межзеренных границ?

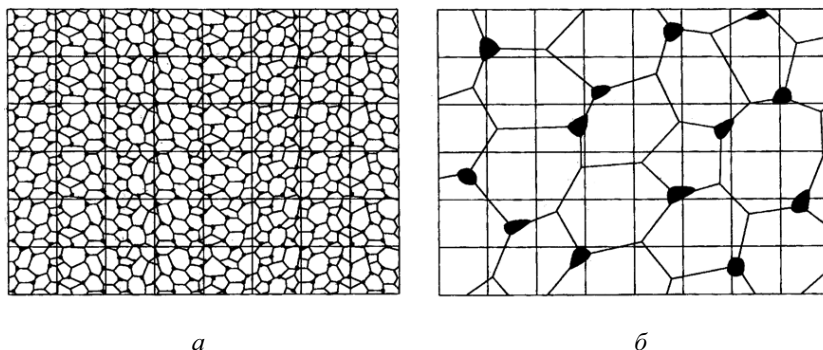


Рис. 31. Структура феррита после разных режимов обработки:
а – исходное состояние; *б* – отожженное состояние

171. Постройте графики зависимости долей жидкой и твердой фаз от температуры для углеродистых сталей, содержащих 0,8; 1,2 и 2 мас. % С.

172. Углеродистая сталь содержит 0,45 мас. % С. Рассчитайте: а) количество феррита и перлита; б) количество феррита и цементита.

173. Углеродистая сталь состоит: а) из 40 % феррита и 60 % перлита; б) 80 % перлита и 20 % цементита. Рассчитайте концентрацию углерода в стали.

174. Структура доэвтектоидной стали представлена на рис. 32. Определите содержание фаз и концентрацию углерода.

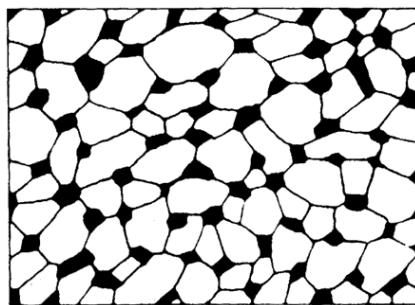


Рис. 32. Структура доэвтектоидной стали

175. На рис. 33 приведена структура заэвтектоидной стали. Вычислите долю цементита и содержание углерода.

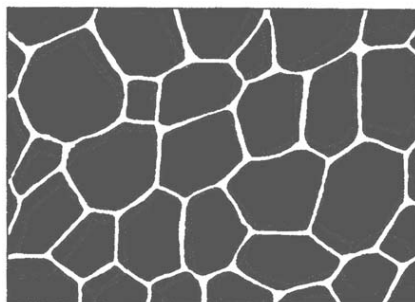


Рис. 33. Структура заэвтектоидной стали

176. Постройте графики зависимости доли феррита и цементита от содержания углерода в углеродистых сплавах железа.

177. Постройте графики зависимости доли перлита от содержания углерода в углеродистых сплавах железа.

178. Постройте графики зависимости долей аустенита и цементита в чугунах, содержащем 3 мас. % С, от температуры при медленном охлаждении.

179. Определите долю образовавшегося аустенита в эвтектоидной стали через $t_2 = 2$ мин после начала изотермического превращения, если через $t_1 = 1$ мин она была равна $\xi_1 = 0,2$. Считать, что скорости зарождения и роста центров новой фазы являются постоянными.

180. При аустенизации, протекающей при постоянной температуре, доля аустенита $\xi_1 = 0,1$ после выдержки в течение $t_1 = 1$ мин. Какое количество времени t_i необходимо проводить аустенизацию, чтобы достичь: а) $\xi_2 = 0,6$; б) $\xi_3 = 0,7$; в) $\xi_4 = 0,8$; г) $\xi_5 = 0,9$? Считать, что скорости зарождения и роста аустенита являются постоянными величинами.

181. Степень тетрагональности решетки мартенсита в закаленных сталях составляет $(c/a)_1 = 1,010$ и $(c/a)_2 = 1,055$ соответственно. На сколько различаются концентрации углерода в мартенситной фазе данных сталей?

182. Сталь подвергается закалке и отпуску. Какие превращения происходят при такой термической обработке?

183. Чем определяется межпластинчатое расстояние при перлитном превращении углеродистой стали?

184. Какие факторы влияют на размер аустенитного зерна?

185. Почему с понижением температуры перлитного превращения наблюдается увеличение твердости углеродистой стали?

186. Что общего и в чем отличие структуры стали с 0,8 мас. % С, испытывавшей: 1) изотермическое превращение аустенита при 650°; 2) закалку с последующим отпуском при 650°?

187. Из каких фаз состоит структура чугуна, в котором углерод находится в свободном состоянии?

188. Какую из сталей, содержащую 4 или 18 мас. % Cr, можно подвергать закалке с целью существенно изменить структуру? С какой температуры следует закалять данный сплав?

189. Зачем высокоуглеродистую сталь, используемую для изготовления инструмента, подвергают дополнительной термообработке с целью создания структуры зернистого перлита?

190. В твердом состоянии компоненты A и B образуют твердые растворы α и γ , а на их основе соединение β . Нарисуйте графики распределения концентрации элемента в диффузионной зоне после насыщения металла A .

191. Вычислите отношение групповых скоростей распространения колебаний с волновыми числами $k_1 = \frac{\pi}{3a}$ и $k_2 = \frac{\pi}{2a}$ в одномерной цепочке из одинаковых атомов.

192. Во сколько раз групповая скорость распространения колебания с волновым числом $k = \frac{\pi}{2a}$ меньше его фазовой скорости в одномерной цепочке, состоящей из идентичных атомов? Период трансляции решетки равен a .

193. Конечная одномерная цепочка длиной $L = 1,2 \cdot 10^{-2}$ м состоит из идентичных атомов. Сколько различных значений может принимать волновое число колебаний в интервале $\left(\frac{\pi}{6a}, \frac{\pi}{3a}\right)$, если расстояние между узлами кристаллической решетки равно $a = 0,2$ нм?

194. Одномерная цепочка состоит из двух сортов атомов, массы которых равны $m_1 = 2 \cdot 10^{-26}$ и $m_2 = 8 \cdot 10^{-25}$ кг, а коэффициент квазиупругой силы $\beta = 0,25$ Н/м. Вычислите ширину полосы запрещенных частот. Во

сколько раз интервал частот оптических колебаний укладывается интервала частот акустических колебаний?

195. Покажите, что при малых значениях волнового вектора амплитуды колебаний тяжелых и легких атомов, образующих одномерную цепочку, при распространении акустического колебания совпадают, а при распространении оптического колебания обратно пропорциональны их массам.

196. Чему равно отношение амплитуд колебаний тяжелых и легких атомов в линейной цепочке при распространении акустического и оптического колебаний с волновым числом $k = \frac{\pi}{2a}$?

197. Вычислите отношение амплитуд колебаний тяжелого атома массой m_2 и легкого атома массой m_1 в линейной цепочке при распространении колебаний с волновым числом $k = \frac{\pi}{4a}$, если расстояние между узлами кристаллической решетки равно a .

198. Определите температуру, при которой возбуждается в среднем $n = 5$ квантов энергии нормальных колебаний частоты $\omega = 0,2 \cdot 10^{13}$ рад/с.

199. На сколько градусов необходимо увеличить температуру кристалла, чтобы удвоить число фононов частотой $\omega = 0,2 \cdot 10^{13}$ рад/с? Начальная температура кристалла $T_1 = 50$ К.

200. Оцените полное число фононов N всех частот в одном моле некоторого кристалла при температуре: а) $T = 0,2\theta_D$; б) $T = 6\theta_D$ (θ_D – характеристическая температура Дебая).

201. Определите энергию фононов с максимальной частотой в кристалле свинца, характеристическая температура которого $\theta_D = 94$ К.

202. Постройте примерные графики зависимости среднего числа фононов $\bar{n}(\omega, T)$ в кристалле: а) от частоты ω при фиксированной температуре T ; б) температуры T при фиксированной частоте ω .

203. Какой вид имеют примерные графики зависимости средней энергии квантового осциллятора $\bar{\epsilon}(\omega, T)$ в кристалле: а) от температуры T при фиксированной частоте осцилляторов; б) частоты ω при фиксированной температуре T ?

204. Вычислите функцию спектральной плотности колебаний для одномерного кристалла длиной L с учетом дисперсионного уравнения

$$\omega(q) = 2\sqrt{\frac{\beta}{m}} \left| \sin\left(\frac{ka}{2}\right) \right| \quad (a - \text{параметр элементарной ячейки; } m - \text{масса атома}).$$

205. Рассчитайте функцию спектральной плотности колебаний по Дебаю для одномерного кристалла длиной L .

206. Во сколько раз возрастет энергия теплового движения атомов кристалла кремния при увеличении температуры от $T_1 = 10$ до $T_2 = 20$ К?

207. В одномерной цепочке длиной L колебания атомов характеризуются дисперсионным соотношением $\omega(k) = \alpha k^{\nu}$ ($\alpha = \text{const}$). Как влияет величина показателя на функцию плотности колебаний?

208. Найдите объем, приходящийся на одно электронное состояние в зоне Бриллюэна, если параметры простой ромбической решетки $a_1 = 0,30$, $a_2 = 0,25$, $a_3 = 0,32$ нм, а число элементарных ячеек данного кристалла равно $N = 2 \cdot 10^{23}$.

209. Определите число электронных состояний в части объема V зоны Бриллюэна, ограниченной сферической поверхностью радиусом

$$k_1 = \frac{\pi}{2(a_1 a_2 a_3)^{1/3}}, \text{ если параметры элементарной ромбической решетки}$$

$a_1 = 0,30$, $a_2 = 0,25$, $a_3 = 0,24$ нм. В кристалле содержится $N_{\text{ат}} = 4,8 \cdot 10^{22}$ атомов.

210. Найдите число электронных состояний в части зоны Бриллюэна, ограниченной двумя сферическими поверхностями с радиусами $k_1 = \frac{\pi}{2a}$ и

$$k_2 = \frac{\pi}{3a}, \text{ простой кубической решетки с периодом трансляции } a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м.}$$

Объем кристалла $V = 8,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$.

211. Во сколько раз плотность состояний в стандартной энергетической зоне при $\varepsilon_1 = \frac{\xi}{4}$ меньше, чем при $\varepsilon_2 = \xi$?

212. Определите вероятность того, что в металле при $T = 300$ К электрон находится в энергетическом состоянии, расположенном на $\Delta\varepsilon = 0,1$ эВ выше химического потенциала.

213. Вычислите разность энергий энергетических уровней, вероятность заполнения которых электронами равна $f_1 = 0,90$ и $f_2 = 0,10$ соответственно. Температура кристалла $T = 300$ К.

214. Температура металла $T = 0$ К. Определите отношение числа электронов с кинетической энергией от ξ_0 до $\xi_0/2$ к числу электронов с энергией от 0 до $\xi_0/2$.

215. Определите среднюю кинетическую энергию электронов в металле при $T = 0$ К, если их химический потенциал $\xi_0 = 5,7$ эВ.

216. Определите изменение химического потенциала электронного газа при нагреве от $T_0 = 0$ до $T_1 = 800$ К, если при $T = 0$ К $\xi_0 = 7,4 \cdot 10^{-19}$ Дж.

217. Вычислите изменение средней энергии электрона при нагревании от $T_1 = 10$ до $T_2 = 1000$ К, если при $T = 0$ К химический потенциал $\xi_0 = 7,4 \cdot 10^{-19}$ Дж.

218. Определите суммарную кинетическую энергию электронов в металле, содержащем $N_{\text{ат}}$ атомов, при $T = 0$ К, заполняющих состояния: а) от $\epsilon = 0$ до $\epsilon = \xi_0/2$; б) от $\epsilon = \xi_0/2$ до $\epsilon = \xi_0$ (ξ_0 – химический потенциал при 0 К).

219. Вычислите кинетическую энергию $E_{\text{к}}$ электронов проводимости в $V = 1$ см³ натрия при $T = 0$ К. Плотность и молярная масса натрия равны $\rho = 1010$ кг/м³ и $M = 0,023$ кг/моль соответственно.

220. Напишите формулу электронной структуры атома железа. Определите концентрацию s - и d -электронов.

221. Почему с точки зрения зонной теории Na, Mg и Al являются металлами?

222. Считая поверхность Ферми калия сферической, определите ее радиус. Молярная масса и плотность калия равны $M = 39,1 \cdot 10^{-3}$ кг/моль и $\rho = 0,86 \cdot 10^3$ кг/м³ соответственно.

223. Закон дисперсии электронов в зоне проводимости можно представить в виде

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{2m_0} (k_x^2 + k_y^2 + 2k_z^2),$$

где m_0 – масса свободного электрона. Определите компоненты тензора обратной эффективной массы и эффективную массу плотности состояний электронов.

224. Компоненты тензора эффективной массы равны

$$m_{11}^* = m_{22}^* = 2m_0 \text{ и } m_{33}^* = 0,5m_0.$$

Определите закон дисперсии электронов в зоне проводимости.

225. Зависимость энергии электронов от волнового вектора в s -зоне кристалла с ромбической решеткой имеет вид

$$E_s(k_x, k_y, k_z) = A_s - B_{s1} \cos(k_x a_1) - B_{s2} \cos(k_y a_2) - B_{s3} \cos(k_z a_3),$$

где k_x, k_y, k_z – компоненты волнового вектора; a_1, a_2, a_3 – периоды трансляции кристаллической решетки; $A_s, B_{s1}, B_{s2}, B_{s3}$ – постоянные. Постройте графики зависимости E_s, v_y и m_{22}^* от величины k_y .

226. Определите химический потенциал меди при 0 К. Считайте, что эффективная масса электрона совпадает с массой свободного электрона, а плотность и молярная масса меди равны $\rho = 8,94 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ и $M = 65,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ соответственно.

227. Во сколько раз отличаются вероятности заполнения электронами энергетических уровней, расположенных на $\Delta\epsilon = 1,6 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$ ниже и выше химического потенциала при $T_1 = 30$ и $T_2 = 300 \text{ К}$ соответственно?

228. Чем объяснить более высокую пластичность меди по сравнению с цинком?

229. Чем обусловлен скрип снега при ходьбе в морозный день?

230. Почему корпуса резервуаров для хранения сжиженных газов изготавливают из материалов, имеющих ГЦК-структуру?

231. Почему стальная проволока, идущая на изготовление тросов, производится методом холодной вытяжки?

232. Почему при производстве железной проволоки волочением при нормальной температуре наблюдается ее обрыв? Что необходимо сделать, чтобы исключить обрыв проволоки при волочении?

233. Почему при заточке инструмента на наждачном круге образуются искры?

234. Почему твердость детали, изготовленной штамповкой в холодном состоянии, в различных участках неодинакова?

235. Чем объясняется хрупкое разрушение некоторых металлических изделий, прошедших рекристаллизационный отжиг?

236. Вычислите модуль объемной упругости K и коэффициент Пуассона ν для меди, если ее модуль Юнга $E = 11,8 \cdot 10^{10}$ Па, а модуль сдвига $G = 4,36 \cdot 10^{10}$ Па.

237. К цилиндрическому стержню, имеющему поперечное сечение S , приложена растягивающая нагрузка P . Определите нормальное σ_n и касательное σ_t напряжения, действующие в плоскости, нормаль которой образует угол α с осью стержня. При каких значениях α величины σ_n и σ_t максимальны?

238. К цилиндрическому образцу из монокристалла алюминия приложена растягивающая нагрузка $P = 300$ Н. Ось цилиндра совпадает с направлением $[012]$, а площадь его поперечного сечения равна $S = 8$ мм². Определите системы скольжения с максимальным напряжением.

239. При измерении твердости на приборе Виккерса (нагрузка 5 кг) получены следующие арифметические значения длин обеих диагоналей отпечатка d (в мм) после снятия нагрузки: 0,240; 0,232; 0,245; 0,248; 0,235; 0,235; 0,240; 0,245; 0,240; 0,235. Вычислите среднее значение твердости, а также среднее квадратичное отклонение, дисперсию, коэффициент вариации и абсолютную ошибку определения твердости (при доверительной вероятности $P = 0,9$; $t = 1,65$).

240. При измерении твердости методом Бринелля получен ряд отпечатков, диаметры d которых равны: 3,2; 3,5; 3,4; 3,5; 3,3; 3,4; 3,2; 3,6; 3,3; 3,5 мм. Определите число твердости по Бринеллю (HB), а также дисперсию, коэффициент вариации. Диаметр вдавливаемого шарика $D = 10$ мм, а приложенная нагрузка 250 кг.

241. Данные измерения микротвердости трех образцов (объем выборки $x = 15$) приведены в табл. 9. Вычислите среднее значение микротвердости, а также среднее квадратичное отклонение, дисперсию, коэффициент вариации и абсолютную ошибку при доверительной вероятности $P = 0,9$ ($t = 1,65$).

242. Утонет ли кристаллик висмута в расплаве висмута? Что будет с куском алюминия в его расплаве?

Результаты измерения микротвердости

Номер измерения	Образец			Номер измерения	Образец			Номер измерения	Образец		
	А	Б	В		А	Б	В		А	Б	В
1	7,32	5,21	4,46	6	7,32	5,36	4,30	11	7,35	5,42	4,12
2	7,41	5,37	4,21	7	7,28	5,25	4,36	12	7,29	5,15	4,55
3	7,44	5,36	4,15	8	7,25	5,30	4,15	13	7,30	5,30	4,12
4	7,35	5,40	4,30	9	7,30	5,33	4,21	14	7,32	5,18	4,18
5	7,37	5,27	4,36	10	7,33	5,45	4,51	15	7,33	5,13	4,49

243. Молярная теплоемкость C_V серебра при температуре $T = 20$ К равна $1,65$ Дж/(моль $\cdot$ К). Вычислите значение C_L , характеристическую температуру θ_D .

244. Удельная теплоемкость свинца при комнатной температуре равна $c' = 126$ Дж/(кг $\cdot$ К). Определите молярную теплоемкость свинца, если его молярная масса $M = 207 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

245. Молярная масса алюминия при $t = 20$ °С равна $C = 24,2$ Дж/(моль $\cdot$ К). Определите удельную теплоемкость алюминия, если его молярная масса $M = 27 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

246. При нагревании металла массой $m = 200$ г от $t_1 = 20$ до $t_2 = 40$ °С затрачено количество теплоты $Q = 11$ кДж. Определите удельную теплоемкость металла.

247. Пользуясь классической теорией, вычислите теплоемкость кристалла NaCl, масса которого $m = 290$ г, при комнатной температуре.

248. Вычислите энергию нулевых колебаний 1 моля меди. Характеристическая температура меди $\theta = 330$ К.

249. Вычислите молярную теплоемкость соединения Al_2Cu при высоких температурах.

250. Во сколько раз энергия теплового движения кристалла при $T = 500$ К, приходящаяся на один осциллятор, больше его нулевой энергии? Характеристическая температура кристалла $\theta = 240$ К.

251. Оцените молярную теплоемкость соединения Al_3Fe при высоких температурах.

252. Во сколько раз молярная теплоемкость цементита больше молярной теплоемкости феррита при $500\text{ }^\circ\text{C}$?

253. Температурная зависимость молярной теплоемкости серебра описывается уравнением $C_p = 21,31 + 8,54 \cdot 10^{-3}T + 1,51 \cdot 10^{-3}T^2$. Вычислите изменения энтальпии серебра при нагреве от 300 до 1000 К.

254. Почему шар, изготовленный из монокристалла цинка, при нагревании изменяет не только свой объем, но и форму?

255. Почему стальной болт легко вывинчивается из медной гайки, если их нагреть?

256. Какую длину имеет при $0\text{ }^\circ\text{C}$ алюминиевая полоска, которая удлиняется при одинаковом изменении температуры на столько же, как и медная полоска, имеющая длину 1 м при $0\text{ }^\circ\text{C}$? Линейные коэффициенты теплового расширения алюминия и меди равны $\alpha_{\text{Al}} = 2,4 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$, $\alpha_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.

257. При $0\text{ }^\circ\text{C}$ алюминиевый стержень имеет длину $l_{0\text{Al}} = 300$ мм, а железный $l_{0\text{Fe}} = 301$ мм. При какой температуре длины стержней будут одинаковы? Линейные коэффициенты теплового расширения: алюминия $\alpha_{\text{Al}} = 2,4 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$, железа $\alpha_{\text{Fe}} = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.

258. Вычислите линейный коэффициент теплового расширения неоднородного стержня, состоящего из двух частей длиной l_{01} и l_{02} при $0\text{ }^\circ\text{C}$. Линейные коэффициенты теплового расширения данных частей равны α_1 и α_2 соответственно.

259. Вычислите линейные коэффициенты теплового расширения α_{11} и α_{33} для металла, имеющего ГПУ-структуру, если известны объемный коэффициент теплового расширения β и изменение отношения c/a при нагревании.

260. Часы, маятник которых изготовлен из стали, при $0\text{ }^\circ\text{C}$ идут правильно. На сколько отстанут часы за сутки, если температура повысится до $T = 20\text{ }^\circ\text{C}$?

261. Определите изменение объема алюминиевого шарика, которому сообщено количество теплоты $Q = 3 \cdot 10^4$ Дж. Плотность алюминия

$\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, его удельная теплоемкость $c = 920 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ и объемный коэффициент теплового расширения $\beta = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$.

262. Медь массой $m_1 = 6 \text{ кг}$ при температуре $T_1 = 180 \text{ }^\circ\text{C}$ помещается в сосуд, в котором находится лед массой $m_2 = 12 \text{ кг}$ при $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Определите установившуюся температуру, а также массу льда и воды. Удельная теплоемкость меди $c = 380 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$, а удельная теплота плавления льда $L = 330 \text{ кДж/кг}$.

263. В медном проводнике с площадью поперечного сечения $S = 1,5 \text{ мм}^2$ идет ток силой $I = 2,5 \text{ А}$. Определите скорость дрейфа электронов. Плотность и молярная масса меди равны $\rho = 8,9 \text{ г/см}^3$ и $M = 64 \text{ г/моль}$ соответственно.

264. Определите подвижность электронов в натрии, электропроводность которого $\sigma = 2,3 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, а концентрация электронов проводимости $n = 2,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

265. Удельное сопротивление металла $\rho = 1 \cdot 10^{-7} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, а концентрация свободных электронов $n = 8 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$. Определите среднюю длину свободного пробега электронов в металле, если их средняя скорость хаотического движения равна $v_r = 1 \cdot 10^7 \text{ м/с}$.

266. Вычислите скорость дрейфа электронов серебра при наложении электрического поля напряженностью $E = 20 \text{ В/м}$. Определите отношение скорости дрейфа и скорости Ферми электронов, если химический потенциал серебра равен $\xi = 8,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, а подвижность электронов $\mu = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

267. Оцените величину средней квадратичной скорости $\sqrt{v_r^2}$ электронов в металле при $T = 273 \text{ К}$ и величину скорости упорядоченного движения при плотности тока $j = 10^4 \text{ А/м}^2$. Сравните указанные скорости.

268. Через образец, имеющий прямоугольное сечение ($a = 1,32 \pm 0,02$ и $b = 4,35 \pm 0,02 \text{ мм}$), пропускается ток $I = 0,75 \pm 0,01 \text{ А}$. Разность потенциалов между точками, отстоящими на расстоянии $l = 10,3 \pm 0,1 \text{ мм}$, составляет $U = 535 \pm 5 \text{ мВ}$. Определите удельное электросопротивление материала, из которого изготовлен образец, а также погрешность измерения.

269. Через медную проволоку с поперечным сечением $S = 1 \text{ мм}^2$ пропускается ток $I = 2 \text{ А}$. Вычислите удельное электросопротивление меди, если разность потенциалов между точками, находящимися на расстоянии $l = 15 \text{ мм}$, равна $U = 5,0 \cdot 10^4 \text{ В}$.

270. Тонкая пленка серебра толщиной $d = 1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ помещена в магнитное поле с индукцией $B = 0,3 \text{ Тл}$. При пропускаемом через пленку токе $I = 1 \cdot 10^{-2} \text{ А}$ возникает ЭДС Холла, равная $U_X = 3 \text{ мкВ}$. Вычислите коэффициент Холла.

271. Через фольгу толщиной $d = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, помещенную в магнитное поле с индукцией $B = 1,2 \text{ Тл}$, пропускается ток $I = 1,5 \text{ А}$. Вычислите коэффициент Холла для золота, если измеренная ЭДС Холла $U_X = 1,5 \text{ мкВ}$. Сравните экспериментальное значение коэффициента Холла R_H с рассчитанным R_p в предположении, что на один атом приходится один валентный электрон. Плотность и молярная масса золота известны.

272. Удельное электросопротивление висмута в параллельном и перпендикулярном к тригональной оси направлениях равны $\rho_{33} = 1,35 \cdot 10^{-6}$ и $\rho_{11} = 1,07 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ соответственно. Вычислите удельное электросопротивление вдоль направления, образующего угол $\varphi = 30^\circ$ с тригональной осью.

273. Удельное электросопротивление серебра при комнатной температуре $\rho_e = 1,54 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Вычислите среднюю скорость дрейфа электронов при напряженности электрического поля вдоль провода, равной $E = 2 \text{ В/м}$. Определите подвижность и время релаксации электронов. Плотность и молярная масса серебра равны $\rho = 10,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ и $M = 108 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ соответственно.

274. Вычислите концентрацию и подвижность электронов натрия, если коэффициент Холла и удельное электросопротивление для него равны $R = -2,35 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{Кл}$ и $\rho_e = 4,35 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ соответственно.

275. Рассчитайте подвижность и время релаксации электронов натрия при $T = 273 \text{ К}$, если его электропроводность $\sigma = 2,3 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, а концентрация носителей заряда $n = 2,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

276. Удельное электросопротивление натрия $\rho_e = 4,4 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Определите время релаксации τ и среднюю длину свободного пробега l электро-

на, считая, что каждый атом натрия отдает в зону проводимости один валентный электрон. Для натрия $\rho = 971 \text{ кг/м}^3$ и $M = 0,023 \text{ кг} \cdot \text{моль}^{-1}$.

277. Рассчитайте величину коэффициента Холла для серебра по известным значениям его плотности и молярной массы.

278. Оцените значения коэффициента Холла меди и алюминия. Считайте, что на каждый атом приходится по одному свободному электрону. Плотность и молярная масса металлов известны.

279. Найдите число Лоренца для калия, если его удельное электросопротивление $\rho_e = 6,23 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, а теплопроводность $\kappa = 97,1 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ при 300 К.

280. Исходя из закона Видемана – Франца, рассчитайте теплопроводность кадмия при комнатной температуре $T = 293 \text{ К}$, если его удельное электросопротивление $\rho_e = 7,57 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, а число Лоренца $L = 2,42 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{Ом/К}^2$.

281. Химические потенциалы двух металлов равны $\xi_1 = 5,5 \cdot 10^{-19}$ и $\xi_2 = 10,3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ соответственно. Вычислите внутреннюю контактную разность потенциалов при образовании контакта данными металлами.

282. Вычислите внешнюю контактную разность потенциалов для металлов, образующих контакт, если их термодинамические работы равны $\Phi_1 = 4,3 \cdot 10^{-19}$ и $\Phi_2 = 1,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ соответственно.

283. Дифференциальная хромель – алюмелевая термопара – имеет сопротивление $R = 1 \text{ Ом}$ и присоединяется к гальванометру с внутренним сопротивлением $r = 40 \text{ Ом}$. Какой ток покажет гальванометр, если один спай термопары погружен в кипящую воду, а другой – в тающий лед? Дифференциальные термо-ЭДС хромеля и алюмеля равны $\alpha_1 = 26,1$ и $\alpha_2 = -12,9 \text{ мВ/К}$ соответственно.

284. Вычислите максимальную длину электромагнитной волны, вызывающей фотоэффект в пластине вольфрама, поверхность которой покрыта атомарным слоем цезия, если работа выхода $\Phi = 1,4 \text{ эВ}$.

285. На металлический шар радиусом R , находящийся в вакууме, падает свет длиной волны λ . Определите максимальное число электронов, которые могут покинуть шар, если работа выхода металла равна Φ .

286. Магнитный момент атома ферромагнетика $p_m = 7,95\mu_B$ (μ_B – магнетон Бора; $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23}$ А/м), а намагниченность насыщения $J_n = 9,0 \cdot 10^6$ А/м. Считая, что он обладает гранецентрированной кубической решеткой, вычислите период a .

287. Магнитный момент атома ферромагнетика $p_m = 7,95\mu_B$. Определите намагниченность насыщения ферромагнетика, считая, что он обладает гранецентрированной кубической решеткой с параметром $a = 0,320$ нм.

288. Определите намагниченность ферромагнетика при насыщении, если магнитный момент каждого атома $p_m = \mu_B$, а концентрация атомов $n = 0,75 \cdot 10^{28}$ м⁻³.

289. Намагниченность насыщения α -Fe $J_n = 1,75 \cdot 10^6$ А/м. Вычислите магнитный момент p_m , если параметр элементарной ячейки $a = 2,86$ Å.

290. Магнитная восприимчивость марганца $\chi = 1,2 \cdot 10^{-4}$. Вычислите удельную магнитную восприимчивость $\chi_{уд}$ и молярную восприимчивость χ_m . Плотность и молярная масса марганца равны $\rho = 7,46 \cdot 10^3$ кг/м³ и $M = 54,9 \cdot 10^{-3}$ кг/моль соответственно.

291. Вычислите магнитострикцию бестекстурного поликристаллического образца железа, если монокристалл характеризуется магнитострикциями $\lambda_{100} = 2,5 \cdot 10^{-5}$ и $\lambda_{111} = -1,9 \cdot 10^{-5}$.

292. Образец из железа, имеющий форму эллипсоида и длину $l = 50$ см, удлиняется на $\Delta l = 5,0 \cdot 10^{-4}$ см при помещении его вдоль силовых линий магнитного поля. Определите продольную и поперечную магнитострикцию железа.

293. Известно, что коэффициент самодиффузии в аустените имеет меньшее значение, чем в феррите. Чем это объяснить?

294. На поверхность медного образца нанесен электролитически тонкий слой радиоактивной меди. После отжига при постоянной температуре в течение 15 ч из образца вырезались тонкие слои на разных глубинах параллельно поверхности. Зависимость радиоактивности $\ln J$ слоев от глубины залегания представлена на рис. 34. Вычислите коэффициент диффузии D в меди.

295. На рис. 35 представлена температурная зависимость коэффициента диффузии. Определите энергию активации диффузии Q .

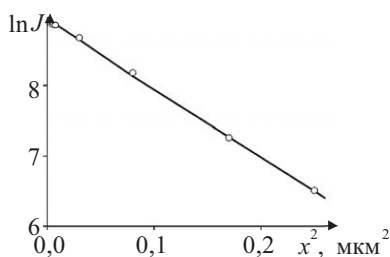


Рис. 34. Зависимость логарифма радиоактивности слоев от глубины залегания

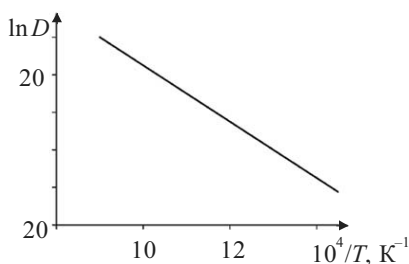


Рис. 35. Температурная зависимость коэффициента диффузии

296. Какая часть графика (рис. 36) зависимости $\ln D$ (D – коэффициент диффузии) от $1/T$ (T – абсолютная температура) характеризует объемную и зернограничную диффузию?

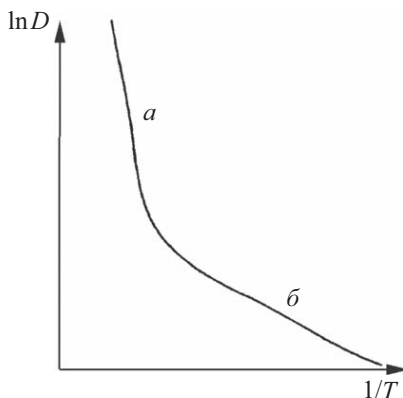


Рис. 36. Температурная зависимость коэффициента диффузии поликристалла

4. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. 1 – [011], 2 – [111], 3 – $[\bar{1}\bar{1}0]$, 4 – [210].

2. В направлении [111] период трансляции d_α для α -Fe найдем из уравнения $4 \cdot d_\alpha^2 = 3 \cdot a_\alpha^2$: $d_\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} a_\alpha$, а период трансляции d_γ для γ -Fe – из уравнения $d_\gamma^2 = 3 \cdot a_\gamma^2$: $d_\gamma = \sqrt{3} a_\gamma$. Поэтому $d_\alpha / d_\gamma = a_\alpha / (2a_\gamma) = 0,3913$.

$$3. \cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2} \cdot \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \varphi = 54,7^\circ.$$

4. а) 71° ; б) 60° ; в) 48° ; г) 78° .

5. а) [100] и [012]; б) [101] и $[12\bar{1}]$; в) [112] и $[11\bar{1}]$; г) [111] и $[11\bar{2}]$; д) [101] и $[11\bar{1}]$.

6. Для ромбической решетки

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 a^2 + k_1 k_2 b^2 + l_1 l_2 c^2}{\sqrt{h_1^2 a^2 + k_1^2 b^2 + l_1^2 c^2} \cdot \sqrt{h_2^2 a^2 + k_2^2 b^2 + l_2^2 c^2}} = 0,46, \quad \varphi = 63^\circ.$$

Для тетрагональной решетки

$$\cos \varphi = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2 \left(\frac{c}{a}\right)^2}{\sqrt{h_1^2 a^2 + k_1^2 b^2 + l_1^2 \left(\frac{c}{a}\right)^2} \cdot \sqrt{h_2^2 a^2 + k_2^2 b^2 + l_2^2 \left(\frac{c}{a}\right)^2}} = 0,37, \quad \varphi = 68^\circ.$$

7. Оси вращения 3-го порядка имеют символы $\{111\}$. Угол между ними $\varphi = \arccos(1/3) = 70,6^\circ$.

8. $19,5^\circ$.

9. а) 60° ; б) 71° ; в) 45° ; г) 10° .

10. 45° ; 72° ; 60° ; 30° .

11. Двугранный угол между плоскостями тетрагональной решетки рассчитывается по формуле

$$\cos \varphi = \frac{\frac{h_1 h_2 + k_1 k_2}{a^2} + \frac{l_1 l_2}{c^2}}{\sqrt{\left(\frac{h_1^2 + k_1^2}{a^2} + \frac{l_1^2}{c^2}\right) \left(\frac{h_2^2 + k_2^2}{a^2} + \frac{l_2^2}{c^2}\right)}} = 0,458, \quad \varphi = 62,8^\circ.$$

12. $\varphi = 35,3^\circ$.

13. На рис. 37 приведена элементарная ячейка для плотной гексагональной упаковки. Сторона правильного тетраэдра $ABCD$ $a = 2R$ (R – радиус атома), а его высота $h = \frac{c}{2} = 2R\sqrt{\frac{2}{3}}$, т. е. $c = 4R\sqrt{\frac{2}{3}}$. Поэтому $\frac{c}{a} = 2\sqrt{\frac{2}{3}} = 1,633$.

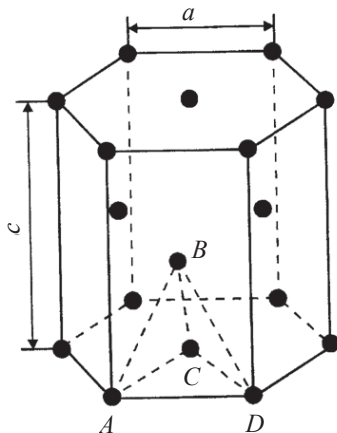


Рис. 37. Элементарная ячейка для плотной гексагональной упаковки

14. $V = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 c$.

15. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{2c}$, $\alpha = 15,0^\circ$.

16. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}a}{2c}$, $\alpha = 24,6^\circ$.

17. $\alpha = \arctg\left(\frac{a}{c}\right) - \arctg\left(\frac{a}{2c}\right) = 14,5^\circ$.

18. $[4\bar{2}1]$.

19. а) $[0\bar{1}1]$; б) $[3\bar{1}\bar{1}]$; (233).

20. а) $[0\bar{1}\bar{1}]$; б) $[\bar{1}\bar{1}1]$; в) $[\bar{1}10]$; г) $[111]$.

21. (001).

22. а) $(0\bar{1}12)$; б) $(11\bar{2}1)$; в) $(\bar{2}461)$; г) $(\bar{1}012)$.

23. Для всех пар плоскостей ось зоны имеет индексы $[0\bar{1}10]$.

24. Поскольку плоскость P принадлежит зоне $[010]$, то индекс $k=0$, т. е. символ данной плоскости $(h0l)$. Однако

$$\cos \varphi = \frac{h}{\sqrt{h^2 + l^2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2(x^2 + 1)}},$$

где $x = l/h$. Поэтому $x = \sqrt{\frac{1}{2\cos^2 \varphi} - 1} = \pm 2$, т. е. искомая плоскость имеет индексы (102) и $(10\bar{2})$.

25. $(\bar{2}15)$.

26. $(12\bar{3}2)$.

27. На рис. 38 приведено расположение узлов кристаллической решетки для плоскостей (100) , (110) и (111) . Расчет показывает, что ретикулярная плотность $p_{(100)} = 1/a^2$, $p_{(110)} = 1,41/a^2$, $p_{(111)} = 0,57/a^2$.

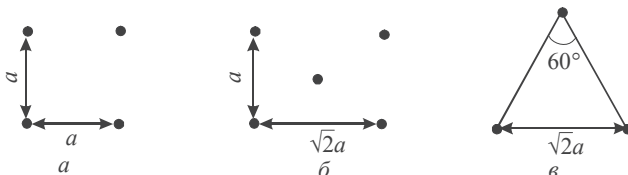


Рис. 38. Положение узлов ОЦК-решетки в плоскостях (100) (а), (110) (б) и (111) (в)

28. На рис. 39 приведено расположение узлов кристаллической решетки в плоскостях (100) , (110) и (111) . Расчет показывает, что $p_{(100)} = 2/a^2$, $p_{(110)} = 1,41/a^2$, $p_{(111)} = 2,31/a^2$.

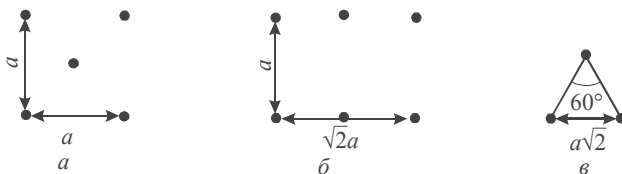


Рис. 39. Положение узлов ГЦК-решетки в плоскостях (100) (а), (110) (б) и (111) (в)

29. Для кристаллов с ГЦК-структурой $p_{(100)} = 2/a^2$, $p_{(111)} = 2,31/a^2$ и $p_{(100)}/p_{(111)} = 0,866$. Для кристаллов с ОЦК-структурой $p_{(100)} = 1/a^2$, $p_{(111)} = 0,57/a^2$ и $p_{(100)}/p_{(111)} = 1,73$.

30. В 1 м^3 число атомов $N = N_A \frac{\rho}{M}$. Параметр элементарной ячейки $a = \sqrt{2}b$. Число элементарных ячеек в 1 м^3 составляет $N_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}b^3}$. Однако $N = 4N_1$ и $b = \left(\frac{M\sqrt{2}}{N_A\rho} \right) = 0,286 \text{ нм}$.

31. $N_{\text{я}} = \frac{\rho V N_A}{4M} = 3,01 \cdot 10^{22}$.

32. В направлении $[011]$ атомы золота максимально сближены. Из рис. 40 следует, что $a^2 + a^2 = (4r^2)$ и $r = \frac{\sqrt{2}a}{4} = 1,663 \text{ \AA}$.

33. В направлении $[111]$ атомы натрия максимально сближены, т. е. соприкасаются (рис. 41). Поэтому

$$(4r^2) = a^2 + 2a^2 = 3a^2 \text{ и } r = \frac{\sqrt{3}a}{4} = 1,829 \text{ \AA}.$$

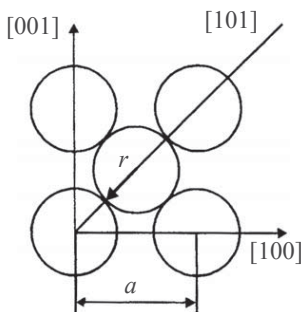


Рис. 40. Положение атомов золота в плоскости (010)

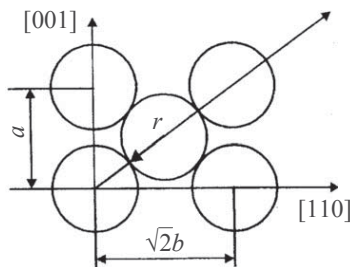


Рис. 41. Положение атомов натрия в плоскости $(\bar{1}10)$

34. Параметр элементарной ячейки молибдена $a = \sqrt{2}d_{(110)}$. Число атомов в 1 м^3 $N = \frac{2}{a^3} = N_A \frac{\rho}{M}$. Поэтому

$$\rho = \frac{\sqrt{2}M}{2N_A d_{(110)}^3} = 10,1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

35. $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

36. $\rho = \frac{4M}{\sqrt{4}a^2cN_A} = 8,65 \cdot 10^3$.

37. $\rho = 2,74 \text{ г/см}^3$.

38. $a = 0,281 \text{ нм}$.

39. $N_{\text{Cu}} = 4,2 \cdot 10^{22}$, $N_{\text{Co}} = 9,1 \cdot 10^{22}$.

40. Для простой решетки $d_{100} : d_{110} : d_{111} = 1 : \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Для объемноцентрированной $d_{100} : d_{110} : d_{111} = 1 : \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Для гранецентрированной $d_{100} : d_{110} : d_{111} = 1 : \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

41. Из равенства плотностей фаз следует, что параметры элементарных ячеек ОЦК- и ГЦК-структур (a_0) и (a_r) соответственно связаны соотношением $a_r = a_0 \sqrt[3]{2}$. Центры атомов, находящихся в плоскостях $\{111\}$ ГЦК-решетки и $\{101\}$ ОЦК-решетки, образуют равносторонние и равнобедренные треугольники соответственно (рис. 42). Длина стороны равностороннего треугольника $c = \frac{a_r}{\sqrt{2}} = \frac{a_0}{2^{1/6}}$. Основание равнобедренного треугольника $c = a_0$, боковая сторона $d = \frac{\sqrt{3}}{2}a_0$. Угол при основании $\alpha = 54,7^\circ$, угол при вершине $\beta = 70,6^\circ$.

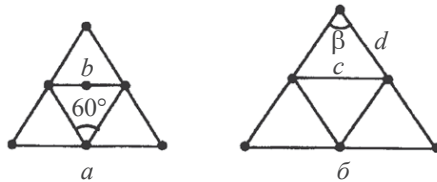


Рис. 42. Положение узлов ГЦК-решетки в плоскостях $\{111\}$ (а) и ОЦК-решетки в плоскостях $\{101\}$ (б)

42. Для α -Fe радиус первой координационной сферы равен половине пространственной диагонали элементарной ячейки $R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}a_\alpha$, радиус второй координационной сферы $R_2 = a_\alpha$, следовательно $k_1 = 8$ и $k_2 = 6$. Для γ -Fe радиус первой координационной сферы R_1 равен половине диа-

гоналя грани $R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}a_\gamma$, радиус второй координационной сферы $R_2 = a_\gamma$, $k_1 = 12$, $k_2 = 6$.

43. $k_1 = 12$; $R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}a = 2,556 \text{ \AA}$.

44. На рис. 43 представлено сечение октаэдра, проходящее через центры пяти атомов. Очевидно, что $(2R)^2 + (2R)^2 = (2R + 2r)^2$ и $r = 0,41R$.

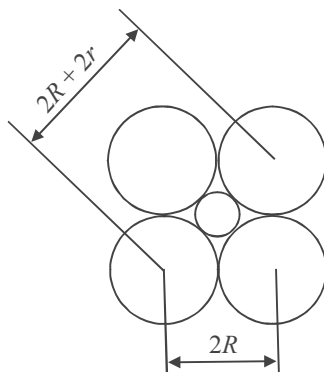


Рис. 43. Сечение октаэдра

45. На рис. 44 представлено сечение ABE тетраэдра, проходящее через центры двух атомов, находящихся в его вершинах, и центр поры. Из $\triangle ABH$ следует

$$4R^2 = (R + r)^2 + (R + r)^2 - 2(R + r)^2 \cos \varphi_3 \quad (\varphi_3 = \pi - \varphi_1) \text{ и}$$

$$r = R \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \cos \varphi_1}} - 1 \right) = R \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1 \right) = 0,22R.$$

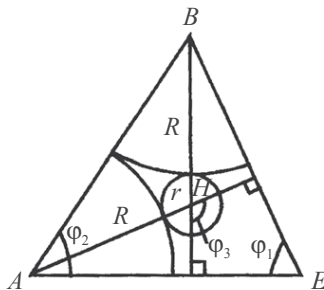


Рис. 44. Сечение тетраэдра

46. Коэффициент компактности (коэффициент заполнения) $\eta = \frac{NV_1}{V}$ (N – число атомов в элементарной ячейке; V_1 – объем атома; V – объем элементарной ячейки). Для кристаллов с ОЦК-структурой

$$N = 2, V_1 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\sqrt{3}a}{4} \right)^3, V = a^3$$

и

$$\eta_{\text{ОЦК}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{8} = 0,68.$$

Для кристаллов с ГЦК-структурой

$$N = 4, V_1 = \frac{\pi\sqrt{2}}{24} a^3 \text{ и } \eta_{\text{ГЦК}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{6} = 0,74.$$

Для кристаллов с ГПУ-структурой $\eta_{\text{ГПУ}} = 0,74$.

47. Радиус первой координационной сферы $R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ (a – параметр элементарной ячейки), и число атомов на ней $U(R_1) = 8$. Радиусы последующих координационных сфер: $R_2 = a$, $R_3 = \sqrt{2}a$, $R_4 = \frac{\sqrt{11}}{2}a$, $R_5 = \sqrt{3}a$, ..., а значения $U(R_2) = 6$, $U(R_3) = 12$, $U(R_4) = 24$, $U(R_5) = 8$, ...

48. $\frac{\Delta V}{V_\alpha} = \left(\frac{V_\gamma}{V_\alpha} - 1 \right)$, но $V_\gamma = \frac{N}{4} a_\gamma^3$ и $V_\alpha = \frac{N}{2} a_\alpha^3$ (N – число атомов). Поэтому $\frac{\Delta V}{V_\alpha} = \left(\frac{a_\gamma^3}{2a_\alpha^3} - 1 \right) = -0,0102$.

49. $\frac{\Delta V}{V_\beta} = \frac{V_\alpha}{V_\beta} - 1$, но $V_\beta = \frac{N}{4} a_\beta^3$ и $V_\alpha = \frac{N\sqrt{3}a_\alpha^2 c}{4}$ (N – число атомов). Поэтому $\frac{\Delta V}{V_\beta} = \left(\frac{\sqrt{3}a_\alpha^2 c}{a_\beta^3} - 1 \right) = 0,00104$.

50. Элементарная ячейка Вигнера – Зейтца представляет собой прямоугольник со сторонами $a_1 = 0,25$ и $a_2 = 0,20$ нм, в центре которого находится узел кристаллической решетки. Из условия $a_i b_j = \delta_{ij}$ ($\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$ и $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$) следует, что $b_1 = 1/a_1 = 4 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$ и $b_2 = 1/a_2 = 5 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$.

Длина сторон первой зоны Бриллюэна $8\pi \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$ и $\pi \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1}$, а ее площадь $8\pi^2 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-2}$.

51. Параметр элементарной ячейки в виде куба с узлом в его центре равен $a = \frac{2b}{\sqrt{3}}$. На рис. 45 приведено изображение элементарной ячейки

Вигнера – Зейтца, в центре которой находится узел A . Расстояние от квадратных (d_4) и от шестиугольных (d_6) граней до центра элементарной ячейки Вигнера – Зейтца равны $d_4 = \frac{a}{2} = \frac{b}{\sqrt{3}}$ и $d_6 = \frac{\sqrt{3}a}{4} = \frac{b}{2}$ соответственно. Из рисунка следует, что

$$\cos \alpha = \frac{EB}{EA} = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad ED = \frac{d_6}{\cos \alpha} = \frac{b\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{b\sqrt{6}}{4}$$

и длина ребер граней $x_4 = x_6 = 2 \cdot DB = \frac{\sqrt{6}b}{6}$. Площади квадратных граней

$$S_4 = \frac{a^2}{8} = \frac{b^2}{6}, \quad \text{шестиугольных граней } S_6 = \frac{\sqrt{3}b^2}{4}.$$

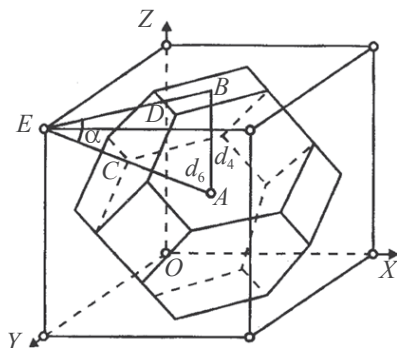


Рис. 45. Элементарная ячейка Вигнера – Зейтца натрия

Двугранный угол между шестиугольной и квадратной гранями

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} + \alpha = \frac{\pi}{2} + \arccos \sqrt{\frac{2}{3}} = 125^\circ.$$

Двугранный угол между шестиугольными гранями равен

$$\varphi_2 = \pi - 2\alpha = \pi - 2\arccos \sqrt{\frac{2}{3}} = 109^\circ.$$

52. В центре элементарной ячейки Вигнера – Зейтца находится узел I (рис. 46). Плоскость P_1 проходит через середину отрезка, соединяющего атомы I и 2 , перпендикулярно ему и имеет индексы (101) . В ней располагается грань элементарной ячейки Вигнера – Зейтца $ABDF$, и ее расстояние до атома I равно $d = b/2 = 1,278 \text{ \AA}$. Плоскость P_2 (P_3) проходит через середину отрезка, соединяющего атомы I и 3 (I и 4), перпендикулярна ему и имеет индексы $(0\bar{1}1)$ ($(01\bar{1})$). На пересечении плоскостей P_1 и P_2 находится ребро элементарной ячейки Вигнера – Зейтца AB . Его длина $AB = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{6}}{2}b = 3,130 \text{ \AA}$. Двугранный угол между гранями ϕ_0 , сопряженными по ребру AB , совпадает с двугранным углом между плоскостями (101) и $(0\bar{1}1)$ (или нормальными к ним), при этом $\cos \phi_1 = -0,5$ и $\phi_1 = 120^\circ$. Двугранный угол между гранями, сочлененными вершиной, совпадает с двугранным углом между плоскостями (011) и $(01\bar{1})$. Он равен $\phi_2 = 90^\circ$. Угол ψ между ребрами, принадлежащими одной и той же грани, можно найти из соотношения

$$\sin(\psi/2) = \frac{1}{2} \frac{BF}{AB}, \quad BF = \frac{a}{2}, \quad AB = \frac{\sqrt{3}}{4}a \quad \text{и} \quad \psi = 70,4^\circ.$$

$$\text{Площадь грани } S = \frac{1}{2} BF \cdot AD = \frac{\sqrt{2}}{8} a^2 = \frac{\sqrt{2}}{4} b^2 = 2,3 \text{ \AA}^2.$$

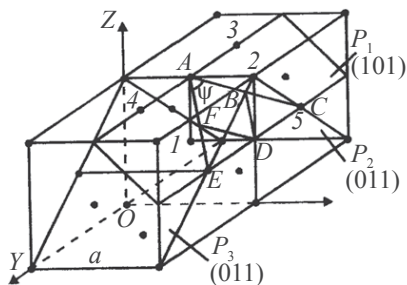


Рис. 46. Построение элементарной ячейки Вигнера – Зейтца меди

53. $b_1 = b_2 = \frac{2\sqrt{3}}{9a} = 1,444 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$, $b_3 = \frac{1}{3c} = 0,674 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$.

$$V_a = \frac{3\sqrt{3}a^2c}{2} = 9,128 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3, \quad V_b = \frac{2\sqrt{3}}{9a^2c} = 1,096 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

54. Концентрация вакансий $C_v = \exp\left(-\frac{E_f^v}{kT}\right)\left(\frac{\Delta S_f^v}{k}\right) = 7,9 \cdot 10^{-5}$.

55. $\frac{C_v(T_2)}{C_v(T_1)} = \exp\left[\frac{E_f^v}{k}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right] = 1,2 \cdot 10^{12}$.

56. Сила, с которой взаимодействуют две параллельные винтовые дислокации в расчете на единицу длины (1 м), определяется выражением $F = \frac{Gb^2}{2\pi r}$, где $b = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. Поэтому $F = \frac{3Ga^2}{8\pi r} = 0,083$ Н.

57. Радиальная компонента силы $F_r = \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)L}$ (рис. 47). Тангенциальная компонента силы $F_\theta = \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)L} \frac{\sin(2\theta)}{L}$. Результирующая сила $F = \sqrt{F_r^2 + F_\theta^2} = \frac{Gb^2\sqrt{1+\sin^2(2\theta)}}{2\pi(1-\nu)L}$. Вектор Бюргера дислокации $b = \frac{\sqrt{2}}{2}a$. Угол $\theta = \arcsin\left(\frac{D}{L}\right) = 30^\circ$. Поэтому $F = \frac{Ga^2\sqrt{7}}{8\pi(1-\nu)L} = 0,036$ Н.

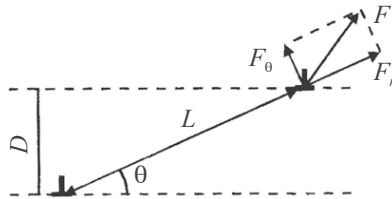


Рис. 47. Взаимодействие краевых дислокаций

58. $b_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 2,51 \text{ \AA}$, $b_2 = \frac{a\sqrt{6}}{3} = 2,37 \text{ \AA}$, $b_3 = \frac{a\sqrt{3}}{6} = 0,84 \text{ \AA}$.

59. $b_\alpha = \frac{a_\alpha\sqrt{3}}{2}$, $b_\gamma = \frac{a_\gamma\sqrt{2}}{2}$, $\frac{b_\gamma}{b_\alpha} = \frac{a_\gamma}{a_\alpha}\sqrt{\frac{2}{3}} = 1,025$.

60. В плоскостях $\{111\}$ краевые полные дислокации имеют вектор Бюргера $b = \frac{a}{2}\langle 110 \rangle$. Поскольку $a = \sqrt{2}d$, то $b = d$.

61. $b_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $b_2 = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $b_3 = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ и $\varphi_1(\vec{b_1} \wedge \vec{b_2}) = 90^\circ$, $\varphi_2(\vec{b_1} \wedge \vec{b_3}) = 0^\circ$, $\varphi_3(\vec{b_2} \wedge \vec{b_3}) = 90^\circ$.

62. $\alpha_{12} = \alpha_{13} = 30^\circ$.

63. Энергетически выгодными являются реакции а), б) и г). Реакция в) не ведет к энергетическому выигрышу.

64. Вектор Бюргерса исходной дислокации $b_1 = \frac{a}{\sqrt{2}}$, а вектор Бюргерса новых дислокаций $b_2 = \frac{a}{\sqrt{6}}$ и $b_3 = \frac{a}{\sqrt{6}}$. Выполняется условие $b_1^2 > b_2^2 + b_3^2$ ($\frac{a^2}{2} > \frac{a^2}{6} + \frac{a^2}{6}$), т. е. расщепление дислокации энергетически выгодно.

65. Возможно, так как происходит уменьшение энергии в 1,8 раза.

66. Реакция расщепления имеет вид $\frac{1}{2}a[111] \rightarrow \frac{1}{3}a[112] + \frac{1}{6}a[1\bar{1}\bar{1}]$, т. е. вектор Бюргерса второй дислокации $b_2 = \frac{a}{6}[1\bar{1}\bar{1}]$.

67. Вектор Бюргерса дислокации $b = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ и угол разориентировки соседних блоков $\varphi = \frac{b}{L} = \frac{a\sqrt{2}}{2L} = 35'$.

68. $b = \theta \cdot L = 0,39 \text{ нм}$.

69. Из схемы расположения атомных плоскостей (рис. 48) следует $L = na_1 = (n-1)a_2$ (n , $n-1$ – число плоскостей между соседними структурными дислокациями в обеих фазах соответственно), $n = 101$, $L = 303 \text{ \AA}$.

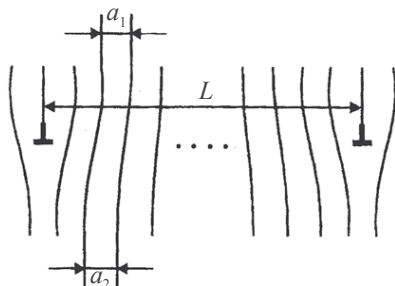


Рис. 48. Расположение атомных плоскостей между структурными дислокациями

70. Равновесная концентрация ступенек определяется выражением $c_j = \exp\left(-\frac{U_j}{kT}\right)$. Поэтому при $T_1 = 290$ К $c_{j1} = 0,018$, а при $T_2 = 900$ К $c_{j2} = 0,28$.

71. Направления, совпадающие с линиями скольжения на гранях (001) и (010) монокристалла, имеют индексы $[110]$, $[\bar{1}\bar{1}0]$ и $[101]$, $[10\bar{1}]$ соответственно. Ребро, образованное этими гранями, параллельно направлению $[100]$ (рис. 49). Угол между линиями скольжения и ребром равен $\alpha = 45^\circ$.

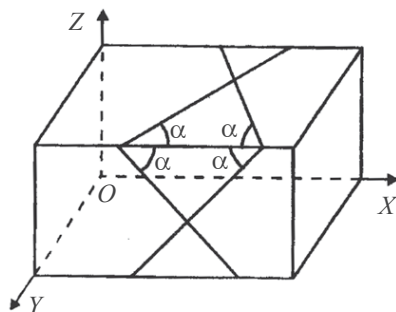


Рис. 49. Положение линий скольжения

72. Происходит двойникование в олове, которое сопровождается эмиссией звука.

73. Число двойникующих дислокаций вдоль границы двойника с матрицей равно $L\rho_d$ (ρ_d – плотность двойникующих дислокаций). Тогда $h = L\rho_d$ и $\rho_d = \frac{h}{La} = 4 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$ (рис. 50).

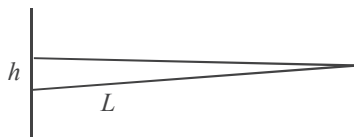


Рис. 50. Клиновидный двойник

74. Из рис. 51 следует, что $\text{tg}\gamma = b/a$. Но $b = c\text{tg}\beta$ и $a = c\sin\alpha$. Поэтому $\text{tg}\gamma = \text{tg}\beta/\sin\alpha$.

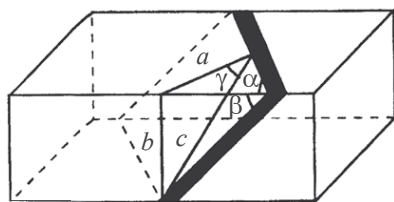


Рис. 51. Расположение двойника в кристалле

75. Направления пересечения граней, совпадающих с плоскостью (010), и двойниковых пластин вычисляются по правилу нахождения осей зон, образованных плоскостью (100) и плоскостями $\{112\}$. Их индексы: $[101]$, $[10\bar{1}]$, $[102]$, $[10\bar{2}]$, $[201]$, $[20\bar{1}]$. Соответствующие направления приведены на рис. 52. Углы между направлениями: $36,9^\circ$; $53,1^\circ$; $78,5^\circ$ и 90° .

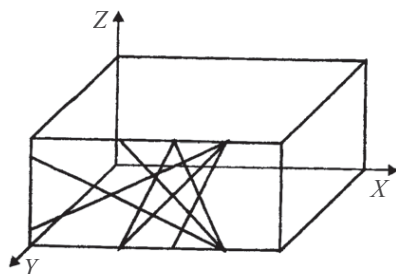


Рис. 52. Выход двойниковых пластин на поверхность кристалла

77. Температуру начала рекристаллизации оценивают по правилу Бочвара: $T_p = 0,35T_{пл}$ ($T_{пл}$ – температура плавления металла в абсолютной шкале).

$$T_{pPb} \approx 210 \text{ K} \approx -60^\circ \text{C}, \quad T_{pAl} \approx 330 \text{ K} \approx 60^\circ \text{C}, \quad T_{pCu} \approx 470 \text{ K} \approx 200^\circ \text{C}.$$

78. В 3 раза.

79. Уменьшение твердости обусловлено уменьшением плотности дислокаций. Изменение удельного электросопротивления на первом этапе целесообразно связать с отжигом вакансионных дефектов.

80. Нет.

81. Если при полигонизации образуются отдельные крупные субзерна, растущие за счет соседей, увеличивающие угловую разориентировку на своей границе и превращающиеся в центры кристаллизации, то она

способствует рекристаллизации. Однако если в деформированном металле по всему объему одновременно и с одинаковой скоростью образуются и растут субзерна, то они могут достичь большой величины и высокого совершенства, а границы между ними останутся малоугловыми. Такая полигонизация задерживает рекристаллизацию.

82. Кинетика рекристаллизации для крупных деформированных изделий описывается уравнением $x(t) = 1 - \exp(-At^4)$.

Поэтому

$$\xi_1 = 1 - \exp(-At_1^4) \text{ и } \xi_2 = 1 - \exp(-At_2^4) \text{ и } t_2 = t_1 \left[\frac{\ln(1 - \xi_2)}{\ln(1 - \xi_1)} \right]^{1/4} = 28 \text{ мин.}$$

83. $t_2 = 66$ мин, $t_3 = 219$ мин.

84. $\bar{D}(t) = 0,16t^{0,5}$.

85. $\bar{d} = 0,18$ мм, $S = 19$ мм⁻¹, $\Delta S = 2$ м⁻¹ ($t = 1,65$, $P = 0,9$).

86. $N = 28$ мм⁻³, $\lambda = 0,33$ мм.

87. $V_\alpha = 0,08$; $\sigma = 0,03$; $D = 0,0009$; $\delta = 0,4$; $\Delta V_\alpha = 0,02$.

88. $\Delta V_\alpha = 0,14$; $\sigma = 0,074$; $D = 0,0055$; $\delta = 0,53$; $\Delta V_\alpha = 0,04$.

89. $L = 1400$ мм⁻²; $\sigma = 260$ мм⁻²; $D = 69\,500$ мм⁻⁴; $\varepsilon = 14$ %.

90. $S = 5,3$ мм⁻¹; $\sigma = 2,0$ мм⁻¹; $D = 3,9$ мм⁻²; $\delta = 0,37$; $\Delta S = 1,4$ мм⁻¹.

91. $L = 3 \cdot 10^6$ мм²; $\varepsilon = 40$ %.

92. Вариант А: $V_\alpha = 0,038$; $\sigma = 0,015$; $D = 2,2 \cdot 10^{-4}$; $\delta = 0,39$; $\Delta V_\alpha = 0,003$.

Вариант Б: $V_\alpha = 0,066$; $\sigma = 0,023$; $D = 5,3 \cdot 10^{-4}$; $\delta = 0,35$; $\Delta V_\alpha = 0,004$.

Вариант В: $V_\alpha = 0,091$; $\sigma = 0,011$; $D = 1,2 \cdot 10^{-4}$; $\delta = 0,12$; $\Delta V_\alpha = 0,006$.

Вариант Г: $V_\alpha = 0,190$; $\sigma = 0,048$; $D = 23 \cdot 10^{-4}$; $\delta = 0,25$; $\Delta V_\alpha = 0,006$.

Вариант Д: $V_\alpha = 0,195$; $\sigma = 0,045$; $D = 20 \cdot 10^{-4}$; $\delta = 0,23$; $\Delta V_\alpha = 0,007$.

93. Вариант А: $V_\Pi = 0,016$; $\sigma = 2,5 \cdot 10^{-3}$; $D = 6,3 \cdot 10^{-6}$; $\delta = 0,16$; $\Delta V_\Pi = 0,012$; $S_\Pi = 9,60$ мм⁻¹; $\sigma = 2,1$ мм⁻¹; $D = 4,4$ мм⁻²; $\delta = 0,27$; $\Delta S_\Pi = 0,73$ мм⁻¹.

Вариант Б: $V_\Pi = 0,044$; $\sigma = 1,2 \cdot 10^{-2}$; $D = 1,4 \cdot 10^{-4}$; $\delta = 0,27$; $\Delta V_\Pi = 0,011$; $S_\Pi = 10,4$ мм⁻¹; $\sigma = 1,9$ мм⁻¹; $D = 3,8$ мм⁻²; $\delta = 0,19$; $\Delta S_\Pi = 0,7$ мм⁻¹.

Вариант В: $V_\Pi = 0,133$; $\sigma = 3,4 \cdot 10^{-2}$; $D = 1,2 \cdot 10^{-3}$; $\delta = 0,25$; $\Delta V_\Pi = 0,011$; $S_\Pi = 10,8$ мм⁻¹; $\sigma = 1,8$ мм⁻¹; $D = 3,4$ мм⁻²; $\delta = 0,17$; $\Delta S_\Pi = 0,7$ мм⁻¹.

94. Сплав А: $V_\alpha = 0,109$; $\sigma = 1,2 \cdot 10^{-3}$; $D = 1,4 \cdot 10^{-6}$; $\delta = 1,1 \cdot 10^{-2}$; $\varepsilon = 1,1$ %.

Сплав Б: $V_\alpha = 0,117$; $\sigma = 1,3 \cdot 10^{-3}$; $D = 1,7 \cdot 10^{-4}$; $\delta = 0,11$; $\varepsilon = 0,8$ %.

95. Сплав А: $S = 11 \text{ мм}^{-1}$; $\sigma = 4,6 \text{ мм}^{-1}$; $D = 21 \text{ мм}^{-2}$; $\delta = 0,43$;

$$\Delta S = 2 \text{ мм}^{-1}.$$

Сплав Б: $S = 24 \text{ мм}^{-1}$; $\sigma = 6,6 \text{ мм}^{-1}$; $D = 43 \text{ мм}^{-2}$; $\delta = 0,27$; $\Delta S = 3 \text{ мм}^{-1}$.

Сплав В: $S = 42 \text{ мм}^{-1}$; $\sigma = 6,6 \text{ мм}^{-1}$; $D = 43 \text{ мм}^{-2}$; $\delta = 0,16$; $\Delta S = 4 \text{ мм}^{-1}$.

Сплав Г: $S = 34 \text{ мм}^{-1}$; $\sigma = 12 \text{ мм}^{-1}$; $D = 145 \text{ мм}^{-2}$; $\delta = 0,35$; $\Delta S = 4 \text{ мм}^{-1}$.

Сплав Д: $S = 40 \text{ мм}^{-1}$; $\sigma = 13 \text{ мм}^{-1}$; $D = 172 \text{ мм}^{-2}$; $\delta = 0,32$; $\Delta S = 4 \text{ мм}^{-1}$.

$$96. S_1/S_2 = 5.$$

97. Сплав А: $L = 1,04 \cdot 10^6 \text{ см}^{-2}$; $\sigma = 0,15 \cdot 10^6 \text{ см}^{-2}$; $D = 2,2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-4}$;
 $\delta = 0,14$; $\varepsilon = 0,05$; $\Delta L = 5 \cdot 10^4 \text{ см}^{-2}$;

Сплав Б: $L = 1,67 \cdot 10^6 \text{ см}^{-2}$; $\sigma = 0,72 \cdot 10^5 \text{ см}^{-2}$; $D = 0,52 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-4}$;
 $\delta = 0,043$; $\varepsilon = 0,04$; $\Delta L = 7 \cdot 10^4 \text{ см}^{-2}$;

Сплав В: $L = 1,31 \cdot 10^6 \text{ см}^{-2}$; $\sigma = 0,19 \cdot 10^6 \text{ см}^{-2}$; $D = 3,526 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-4}$;
 $\delta = 0,15$; $\varepsilon = 0,05$; $\Delta L = 7 \cdot 10^4 \text{ см}^{-2}$.

98. Молибден имеет ОЦК-структуру, для которой структурный фактор $F^2(200)$ отличен от нуля, а $F^2(100) = F^3(300) = 0$.

99. Для меди структурный фактор $F^2(111)$ отличен от нуля, а для $\alpha\text{-Fe}$ равен нулю.

100. Максимальный порядок отражения от плоскости (111) определяется целой частью выражения $2d_{111}/\lambda_{\text{Cu}}$. Однако $d_{111} = \frac{a}{\sqrt{3}}$ и $n = 2$, т. е. наблюдаются отражения 111 и 222.

101. Значения углов (в масштабе 2θ), при которых наблюдаются дифракционные линии для поликристалла цинка:

- $0002 - 36,3^\circ$; $10\bar{1}0 - 39,0^\circ$; $10\bar{1}1 - 43,2^\circ$; $10\bar{1}2 - 54,3^\circ$;
- $10\bar{1}3 - 70,1^\circ$; $11\bar{2}0 - 70,6^\circ$; $0004 - 77,1^\circ$; $11\bar{2}2 - 82,1^\circ$;
- $10\bar{2}0 - 83,7^\circ$; $20\bar{2}1 - 86,5^\circ$; $10\bar{1}4 - 89,9^\circ$; $20\bar{2}3 - 109,1^\circ$;
- $10\bar{1}5 - 115,8^\circ$; $11\bar{2}4 - 116,3^\circ$.

102. Для алюминия должны наблюдаться отражения 111, 200, 220, 311, 222, 400, 331, 420 при углах, находящихся из соотношения $\sin\theta = \frac{\lambda}{2a} \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$, т. е. при 2θ , равном 44,9; 52,5; 77,4; 94,3; 99,9; 124,6; 148,6 и 162,5° соответственно.

103. Для кубического кристалла $d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$ и

$$h^2 + k^2 + l^2 = \frac{(2a \sin \theta)^2}{\lambda^2} = 2,$$

т. е. $h = 1, k = 1, l = 0$.

104. Для вещества с кубической структурой $d = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}}$ и

$2a \sin \theta = \lambda \sqrt{h^2 + k^2 + l^2}$. Поэтому ряд отношений $\sin^2 \theta_i / \sin^2 \theta_1$ для приведенных отражений имеет вид 1 : 1, 33 : 2, 67 : 3, 67 : 4, 05 : 5, 41. Такой ряд характерен для отражений вещества с ГЦК-структурой, т. е. отражения имеют индексы: 111, 200, 220, 222, 311 и 400. Параметр элементарной ячейки равен $a = 6,08 \text{ \AA}$.

105. При нагреве деформированного металла произошла рекристаллизация, после которой ориентация новых зерен отличается от ориентации деформированных зерен.

106. Закаленный сплав находится в неупорядоченном состоянии. Отжиг закаленного сплава приводит к возникновению упорядочения, обуславливающего появление дополнительных отражений по двум причинам. Одни отражения, ранее запрещенные из-за того, что для них структурный множитель в неупорядоченном состоянии равен нулю и отличен от нуля для упорядоченного состояния. Другие отражения, расположенные в области малых углов, обусловлены увеличением периода кристаллической решетки.

107. При отжиге деформированного кристалла происходит полигонизация, вызывающая его разбиение на ряд неискаженных субзерен.

108. При отдыхе происходит снятие микронапряжений.

109. Отжиг при температуре T_1 ведет к сужению дифракционных линий, ослаблению фона и некоторому увеличению их интенсивности, что указывает на снятие микроискажений, статических искажений и увеличение размера субзерен. Отжиг при температуре T_2 вызывает изменение соотношения интенсивностей дифракционных линий, что свидетельствует о прошедшей рекристаллизации, вызвавшей переориентацию кристаллитов.

110. $\left(\frac{\Delta d}{d} \right) = \frac{\beta}{4 \operatorname{tg} \theta} = 0,6 \cdot 10^{-3}$.

111. В образце, полученном спеканием, влиянием микронапряжений из-за их малости можно пренебречь. Тогда $D = \frac{\lambda}{\cos \theta} = 900 \text{ \AA}$.

112. Дифракционные линии 110 и 220 находят при $\theta_1 = 22,3^\circ$ и $\theta_2 = 49,5^\circ$. Для этих линий

$$\beta_1 \cos \theta_1 = \frac{\lambda}{D} + 4 \left(\frac{\Delta d}{d} \right) \cos \theta_1 \text{ и } \beta_2 \cos \theta_2 = \frac{\lambda}{D} + 4 \left(\frac{\Delta d}{d} \right) \cos \theta_2.$$

Решение системы уравнений: $D = 1,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}$, $\left(\frac{\Delta d}{d} \right) = 0,8 \cdot 10^{-3}$.

113. $\beta_{110} = 0,22^\circ$; $\beta_{220} = 0,41^\circ$; $\beta_{330} = 1,69^\circ$.

114. 1) $D = 1200 \text{ \AA}$, $\left(\frac{\Delta d}{d} \right) = 0,8 \cdot 10^{-3}$; 2) $D = 1200 \text{ \AA}$, $\left(\frac{\Delta d}{d} \right) = 0,6 \cdot 10^{-3}$;

3) $D = 1000 \text{ \AA}$, $\left(\frac{\Delta d}{d} \right) = 0,7 \cdot 10^{-3}$; 4) $D = 1000 \text{ \AA}$, $\left(\frac{\Delta d}{d} \right) = 1 \cdot 10^{-3}$.

115. Полусные плотности дифракционных линий рассчитываются по формуле

$$P_{hkl} = \frac{n(I_{hkl} / I_{h'k'l'})}{\sum_{h'k'l'} (I_{hkl} / I_{h'k'l'})}.$$

Результаты расчета представлены в табл. 10.

Таблица 10

Полусные плотности дифракционных линий фольги сурьмы

Материал	Дифракционная линия									
	10 $\bar{1}2$	10 $\bar{1}4$	11 $\bar{2}0$	10 $\bar{1}5$	20 $\bar{2}2$	10 $\bar{1}7$	20 $\bar{2}5$	21 $\bar{3}0$	12 $\bar{3}5$	0009
Фольга (1)	5,9	0,5	0,3	0,6	0,4	0,5	0,5	0,4	0,4	0,5
Фольга (2)	1,3	0,7	0,4	0,9	0,7	1,1	0,6	0,8	0,6	2,9
Фольга (3)	3,0	0,5	0,3	0,9	0,4	0,8	0,3	0,4	0,4	2,9

В фольге (1) сформирована текстура (10 $\bar{1}2$), в фольге (2) – (0009), в фольге (3) – двойная текстура (10 $\bar{1}2$) + (0009).

116. 1 $\rightarrow$ 2 – сублимация, 3 $\rightarrow$ 4 – плавление и испарение, 5 $\rightarrow$ 6 – кристаллизация и сублимация, 7 $\rightarrow$ 8 – конденсация.

117. а) $\alpha\text{-Fe} \rightarrow \gamma\text{-Fe} \rightarrow \delta\text{-Fe} \rightarrow \text{жидкость}$;

б) $\alpha\text{-Fe} \rightarrow \epsilon\text{-Fe} \rightarrow \gamma\text{-Fe} \rightarrow \text{жидкость}$.

118. Известно, что энтропия $S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$. Поэтому

$$\left(\frac{\partial^2 F}{\partial T^2} \right)_V = - \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V < 0,$$

так как с увеличением температуры энтропия S растет.

119. При сублимации происходит увеличение энергии и изменение энтальпии $\Delta H > 0$. Газообразное состояние более беспорядочно, чем кристаллическое, и $\Delta S > 0$. Но $\Delta G < 0$, поэтому $\Delta H < T\Delta S$ (T – температура).

$$\mathbf{120.} \delta A = p(V_{\alpha} - V_{\beta}) = pM \left(\frac{1}{p_{\alpha}} - \frac{1}{p_{\beta}} \right) = 0,47 \text{ Дж.}$$

$$\mathbf{121.} \text{ Согласно уравнению Клапейрона – Клаузиуса, } \frac{dp}{dT} = \frac{L}{T(V_{\text{ж}} - V_{\text{т}})},$$

где L – теплота плавления. Для вещества A $\frac{dp}{dT} > 0$ и $V_{\text{т}} < V_{\text{ж}}$, для веще-

ства B $\frac{dp}{dT} > 0$ и $V_{\text{т}} > V_{\text{ж}}$.

$$\mathbf{122.} \text{ Из условия } s \left. \frac{\partial S_{\text{см}}}{\partial c} \right|_{c_1} = 0 \text{ находится концентрация } c_1, \text{ при которой}$$

$S_{\text{см}}$ максимально:

$$\left. \frac{\partial S_{\text{см}}}{\partial c} \right|_{c_1} = \ln c_1 + 1 - \ln(1 - c_1) - 1 = 0, c_1 = 0,5, S_{\text{см}}(c_1) = 5,8 \text{ Дж / (моль} \cdot \text{K)}.$$

123. Основными факторами, влияющими на вид диаграммы состояния, являются взаимная растворимость компонентов в твердом и жидком состоянии, их способность образовывать соединение или испытывать аллотропное превращение.

124. Нет. Число фаз, которые находятся в равновесии, определяется из уравнения Гиббса: $f = k + 1 - c$, т. е. $f_{\text{max}} = 3$ при $c = 0$.

125. Длина ступеньки кривой охлаждения чистого металла определяется его массой, удельной теплотой кристаллизации и скоростью отвода тепла при кристаллизации.

126. Число степеней свободы при указанных превращениях определяется исходя из правила Гиббса: $k = 2$, $f = 3$ и $c = 2 - 3 + 1 = 0$.

127. Al–1,84 ат. % Cu.

128. Al–12,4 ат. % Sb.

129. $m_4 / m_{12} = 0,73$.

130. Bi–11,5 ат. % Sb.

131. $m_{\text{м}} / m_{\text{спл}} = 4$.

132. Меди – 75,4 г; сплава Cu–10 ат. % Cd – 24,6 г.

133. 20 ат. % A + 80 ат. % B .

134. На рис. 53, 54 представлены кривая охлаждения сплава состава c_1 и графики зависимости долей жидкой и твердой фаз от температуры.

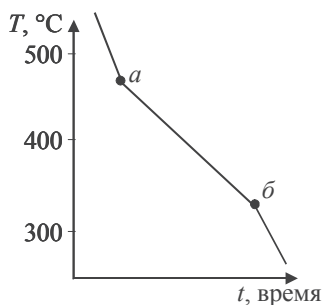


Рис. 53. Кривая охлаждения сплава состава c_1

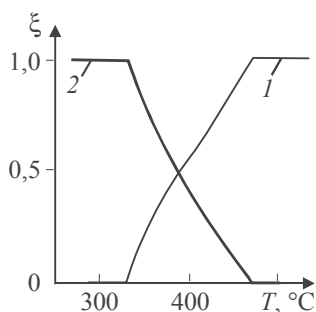


Рис. 54. Графики зависимости долей жидкой (1) и твердой (2) фаз от температуры

135. На рис. 55 приведены кривые охлаждения для сплавов состава c_1 , c_2 , c_3 , c_4 и c_5 . Графики зависимости долей жидкой и твердых фаз от температуры для сплавов c_1 , c_2 и c_3 представлены на рис. 56.

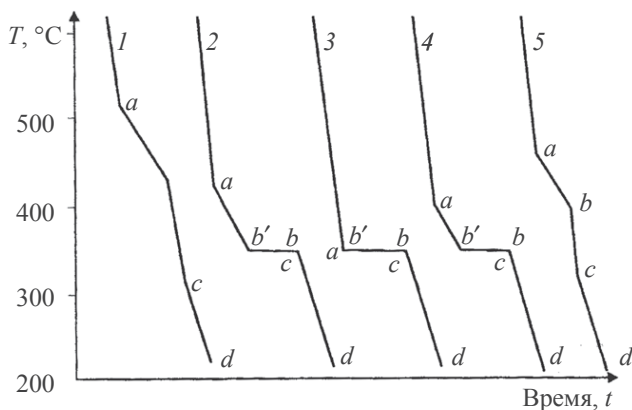


Рис. 55. Кривые охлаждения сплава составов c_1 (1), c_2 (2), c_3 (3), c_4 (4) и c_5 (5)

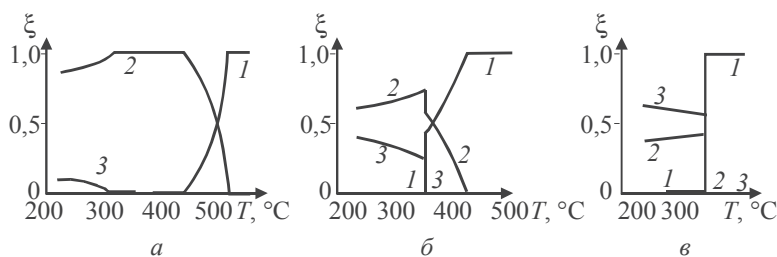


Рис. 56. Зависимости долей жидкой (1), твердых α - (2) и β -фаз (3) от температуры для сплавов составов c_1 (а), c_2 (б), c_3 (в)

136. Графики зависимости долей жидкой и твердой фаз от состава при температуре T_1 и T_2 представлены на рис. 57.

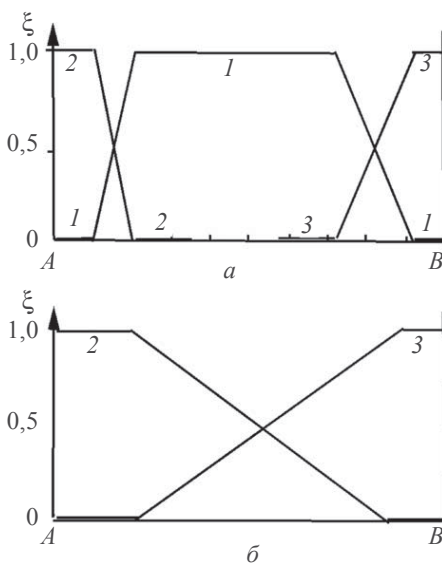


Рис. 57. Зависимости долей жидкой (1), твердых α - (2) и β -фаз (3) от состава при температуре T_1 (а) и T_2 (б)

137. Кривые охлаждения для сплавов составов c_1 , c_2 , c_3 , c_4 и c_5 приведены на рис. 58. Графики зависимости долей жидкой и твердых фаз от температуры изображены на рис. 59.

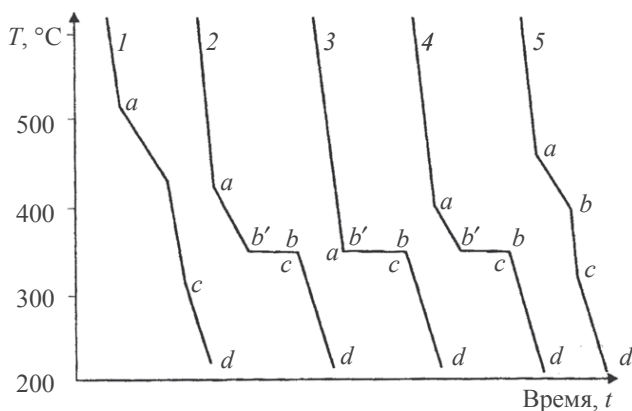


Рис. 58. Кривые охлаждения для сплавов составов c_1 (1), c_2 (2), c_3 (3), c_4 (4) и c_5 (5)

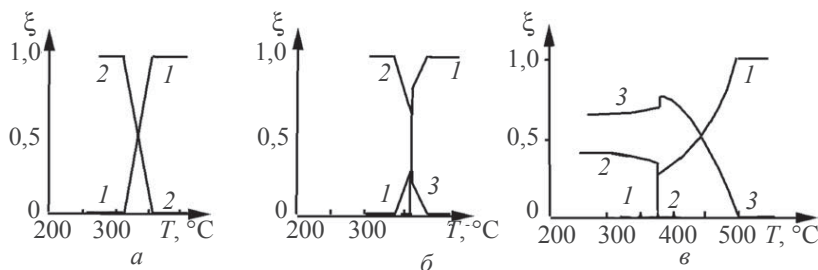


Рис. 59. Зависимости долей жидкой (1) и твердых α - (2) и β -фаз (3) от температуры для сплавов составов c_1 (а), c_2 (б), c_4 (в)

138. Фазовый состав системы $A - B$ указан на диаграмме состояния (рис. 60). В данной системе наблюдаются кристаллизация, эвтектидное превращение и распад твердого раствора. На рис. 61 приведены кривые охлаждения для сплавов составов c_1 , c_2 , c_3 и c_4 .

139. В сплаве состава c_2 содержится большая доля химического соединения, чем в сплаве состава c_1 . На рис. 62 приведен график зависимости долей твердых фаз от количества компонентов B в сплаве при температуре T_1 .

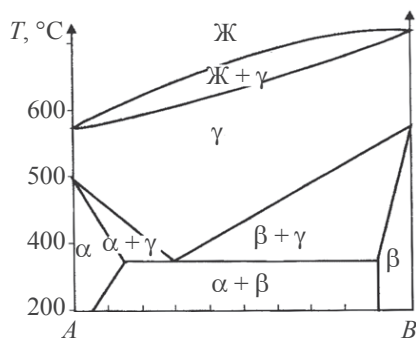


Рис. 60. Диаграмма состояния системы $A - B$

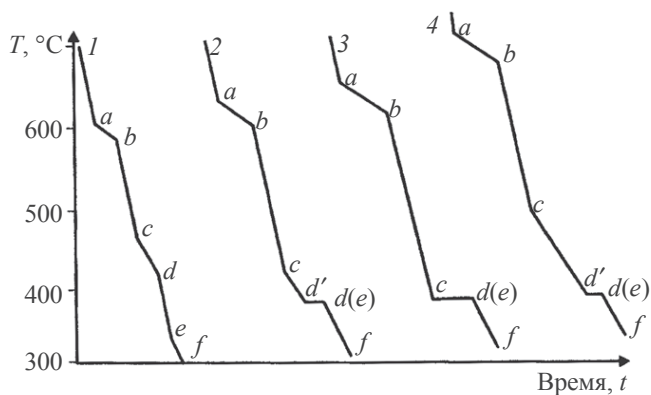


Рис. 61. Кривые охлаждения для сплавов составов c_1 (1), c_2 (2), c_3 (3) и c_4 (4)

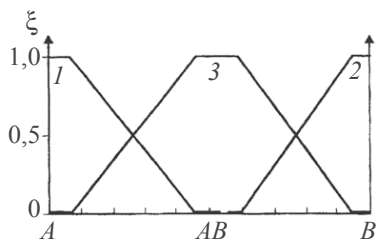


Рис. 62. Зависимость долей α -фазы (1), β -фазы (2) и соединения AB (3) от состава

140. $S_2/S_1 = d_1/d_2 = 6$.

141. На рис. 63 представлены графики концентрационных зависимостей свободных энергий от состава жидкой (1), твердых α - (2) и β -фаз (3).

142. На рис. 64 представлены зависимости свободных энергий от состава жидкой (1), твердых α - (2) и β -фаз (3).

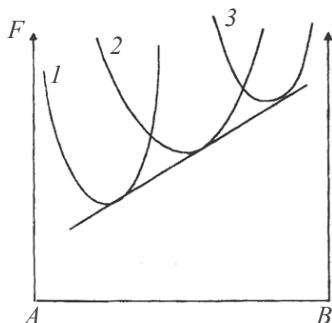


Рис. 63. Зависимости свободных энергий жидкой (1), твердых α - (2) и β -фаз (3) от состава

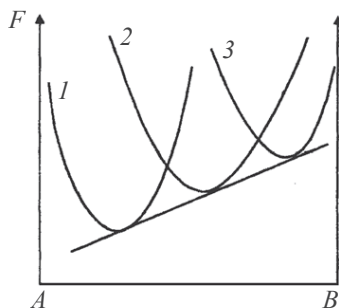


Рис. 64. Зависимости свободных энергий жидкой (1), твердых α - (2) и β -фаз (3) от состава

143. На рис. 65 представлены зависимости свободных энергий от состава жидкой (1) и твердой (2) фаз.

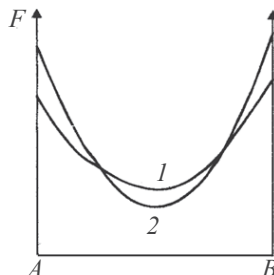
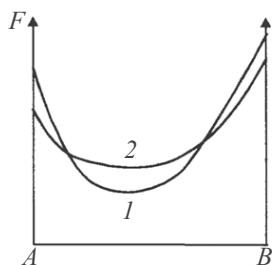


Рис. 65. Зависимости свободных энергий жидкой (1) и твердой (2) фаз от состава

144. а) 70 % A + 10 % B + 20 % C ; б) 50 % A + 20 % B + 30 % C ; в) 20 % A + 40 % B + 40 % C ; г) 30 % A + 60 % B + 10 % C .

145. На рис. 66 указаны сплавы составов a , b , v и z .

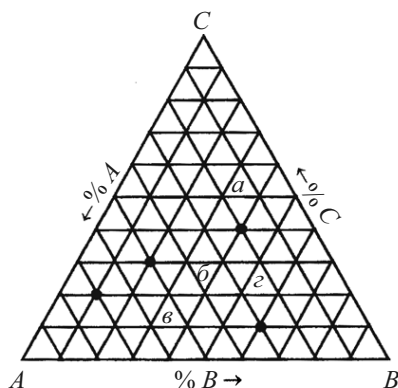


Рис. 66. Концентрационный треугольник тройной системы $A - B - C$

146. С увеличением номера группы легирующего элемента предельная электронная концентрация достигается при меньшей его концентрации.

147. Система $Cd - Cu$ характеризуется менее благоприятным размерным фактором компонентов, чем система $Cu - Zn$.

148. К β -фазе относятся: $CuBe$, $CuZn$, Cu_3Al ; к γ -фазе – Cu_5Zn_8 , Cu_9Al_4 , Cu_5Cd_8 , Cu_9Ga_4 , $Cu_{31}Sn_8$; к ϵ -фазе – Cu_3Sn .

149. $n_e = 3/2$ для $CuZn$ и Cu_5Sn ; $n_e = 21/13$ для Cu_5Zn_8 ; $n_e = 7/4$ для $CuZn_3$ и Cu_3Sn .

150. В объеме $V = 1 \text{ м}^3$ число атомов

$$N = \frac{\rho N_A}{M_{\text{ср}}},$$

где $M_{\text{ср}} = \frac{100}{\frac{99,2}{M_{\text{Fe}}} + \frac{0,8}{M_{\text{C}}}} = 0,05426 \text{ кг/моль}$. Число атомов в элементарной

ячейке $n = \frac{N}{N_{\text{эя}}} = \frac{N_A \rho a^3}{M_{\text{ср}}} = 4,15$, т. е. будет раствор внедрения ($N_{\text{эя}} = a^{-3}$).

$$\mathbf{151.} \quad N = \frac{4,2}{53} \frac{3}{4\pi R^3} = 2,3 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}.$$

152. Число частиц второй фазы в 1 м^3 равно $N_{\text{ч}} = \frac{0,15}{4\pi r^3}$ (r – радиус

частиц). Зависимость свободной энергии от радиуса частиц: $F_s = \frac{0,15\gamma}{r}$.

153. $\Delta F = -4,8 \cdot 10^4 \text{ Дж/м}^3$.

154. $\Delta F = -0,42 \cdot 10^6 \text{ Дж/м}^3$.

155. Изменение свободной энергии при образовании зародыша новой фазы из n атомов: $\Delta F = -n\Delta f + \eta\gamma n^{2/3}$ (Δf – движущая сила фазового превращения; η – геометрический фактор; γ – удельная поверхностная энергия межфазной границы). Для критического зародыша $n_c^{1/3} = \frac{2}{3} \frac{\eta\gamma}{\Delta f}$ и $\Delta F_c = \frac{4}{27} \frac{\eta^3 \gamma^3}{\Delta f^2}$. Поверхностная энергия критического зародыша $(\Delta F_s)_c = \frac{9}{4} \frac{\eta^3 \gamma^3}{\Delta f^2}$. Из сравнения двух последних выражений следует $\Delta F_c = \frac{1}{3} (\Delta F_s)_c$.

156. Для кубического зародыша со стороной a : $a^3 = nv_\alpha$ (n – число атомов; v_α – атомный объем) и $a^2 = (nv_\alpha)^{2/3}$.

$$\Delta F_s = 6a^2\gamma = 6v_\alpha^{2/3}\gamma n^{2/3} = \eta\gamma n^{2/3},$$

т. е. $\eta = 6v_\alpha^{2/3}$. Для шарообразного зародыша радиусом r $\frac{4\pi}{3}r^3 = nv_\alpha$ и

$$r^3 = \frac{3nv_\alpha}{4\pi}. \quad \Delta F_s = 4\pi r^2\gamma = 4\pi \left(\frac{3v_\alpha n}{4\pi} \right)^{2/3} = \eta\gamma n^{2/3}, \text{ т. е. } \eta = \sqrt[3]{36\pi v_\alpha^2}.$$

157. Объем сегмента (рис. 67)

$$V = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3} \right) = \frac{\pi r^3}{3} (2 - 3\cos\theta + \cos^3\theta) = \eta_\alpha r^3$$

и

$$\eta_\alpha = \frac{\pi}{3} (2 - 3\cos\theta + \cos^3\theta).$$

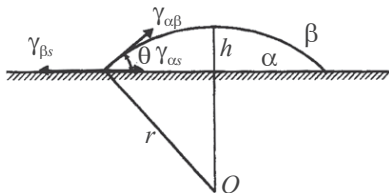


Рис. 67. Образование зародыша новой фазы на поверхности

Площадь сферической части сегмента $S_1 = 2\pi rh = 2\pi r^2(1 - \cos \theta)$ и $\eta_{\alpha\beta} = 2\pi(1 - \cos \theta)$. Площадь круга сегмента $S_2 = \pi r^2 \sin^2 \theta$ и $\eta_{\alpha s} = \pi \sin^2 \theta$.

158. При гомогенном зарождении $I_v = 10^{36} \exp\left(-\frac{\Delta F_c}{kT}\right) \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ и $\Delta F_c = 7,3 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 4,6 \text{ эВ}$.

159. Скорости зародышеобразования на грани, ребре и вершине зерна: $I_B = 10^{30} \exp\left(-\frac{\Delta F_B}{kT}\right)$, $I_E = 10^{24} \exp\left(-\frac{\Delta F_E}{kT}\right)$ и $I_C = 10^{18} \exp\left(-\frac{\Delta F_C}{kT}\right) \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$.

Энергия активации образования критического зародыша: 1) на грани $\Delta F_B = 5,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 3,5 \text{ эВ}$; 2) ребре $\Delta F_E = 4,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,5 \text{ эВ}$; 3) вершине $\Delta F_C = 2,5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,6 \text{ эВ}$.

160. а) $I_B(\pi/3)/I_v = 4,3 \cdot 10^{14}$; б) $I_B(\pi/4)/I_v = 3,3 \cdot 10^{20}$;

в) $I_B(\pi/6)/I_v = 1,6 \cdot 10^{23}$.

161. При постоянной скорости зародышеобразования

$$\xi_1 = 1 - \exp(-A_1 t_1^4) \text{ и } \xi_2 = 1 - \exp(-A_1 t_2^4), A_1 = \text{const.}$$

Поэтому $t_2 = t_1 \left(\frac{\ln(1 - \xi_2)}{\ln(1 - \xi_1)} \right)^{1/4} = 16,5 \text{ мин}$. Если в металле все имеющиеся

зародыши начинают расти с момента фазового превращения, то

$\xi_1 = 1 - \exp(-A_2 t_1^3)$ и $\xi_2 = 1 - \exp(-A_2 t_2^3)$, а $t_2 = t_1 \left(\frac{\ln(1 - \xi_2)}{\ln(1 - \xi_1)} \right)^{1/3} = 19,4 \text{ мин}$

($A_2 = \text{const}$).

162. График зависимости $\xi(t)$, построенный по рассчитанным значениям $\xi_i(t_i)$, приведен на рис. 68.

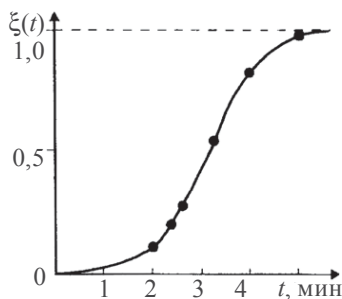


Рис. 68. Зависимость $\xi(t)$

163. Химическая формула цементита – Fe_3C , т. е. в нем содержится 25 ат. % или 6,67 мас. % углерода.

164. Перитектическое превращение происходит при 1490, эвтектическое – при 1147, эвтектоидное – при 727 °С.

165. В области $QPSKL$ устойчивыми фазами являются феррит и цементит, а в области GPS – феррит и аустенит.

166. Ледебурит при $T > 727$ °С состоит из аустенита и цементита, а при $T < 727$ °С – из феррита и цементита.

167. Согласно правилу Гиббса, число степеней свободы при кристаллизации $c = 1$ ($f = 2$, $k = 2$), а при эвтектоидном превращении $c = 0$ ($f = 3$, $k = 2$).

168. Кривые охлаждения углеродистой стали, содержащей различное количество углерода, представлены на рис. 69.

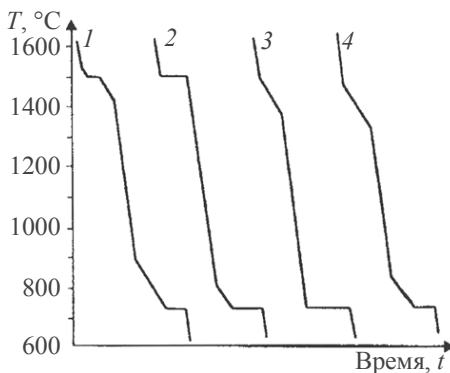


Рис. 69. Кривые охлаждения для сталей, содержащих 0,2 (1), 0,5 (2), 0,8 (3) и 1,2 % С (4)

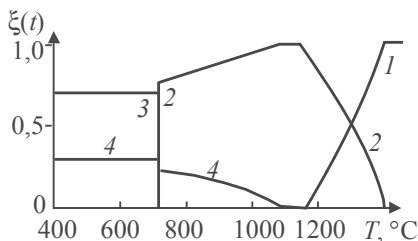
169. Согласно правилу отрезков, $m_{\text{ф}}/m_{\text{ц}} = (6,67 - 0,8)/0,8 = 7,3$. Но $d_{\text{ф}}/d_{\text{ц}} = m_{\text{ф}}/m_{\text{ц}}$ и $d_{\text{ф}}/d_{\text{ц}} = 7,3$.

170. 9.

171. Графики зависимости долей жидкой и твердой фаз от температуры для углеродистой стали, содержащей 2 % углерода, представлены на рис. 70.

172. а) Количество перлита 56 %, феррита – 44 %; б) количество цементита 7 %, феррита – 93 %.

Рис. 70. Зависимости долей жидкости (1), аустенита (2), феррита (3) и цементита (4) от температуры для стали, содержащей 2 % углерода



173. В стали *a* углерод находится практически полностью в перлите; его концентрация равна 0,48 мас. %. В стали *б* углерод находится в перлите и цементите; его концентрация – 1,97 мас. %.

174. В стали содержится 2 % цементита и 98 % феррита; концентрация углерода в стали равна 0,15 мас. %.

175. Доля цементита в стали равна 23 %, а концентрация углерода – 1,5 мас. %.

176. На рис. 71 представлены графики зависимости долей феррита и цементита от содержания углерода в углеродистых сплавах железа.

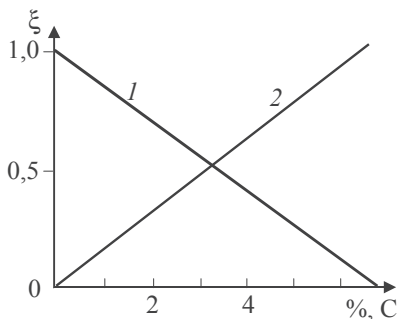


Рис. 71. Зависимости долей феррита (1) и цементита (2) от концентрации углерода в углеродистых сплавах железа

177. График зависимости доли перлита от содержания углерода в углеродистых сплавах железа приведен на рис. 72.

178. Графики зависимости долей аустенита и цементита в чугунах, содержащем 3 мас. % C, от температуры приведены на рис. 73.

$$179. \xi_2 = 1 - \exp \left[\left(\frac{t_2}{t_1} \right)^4 \ln(1 - \xi_1) \right] = 0,97.$$

$$180. t_i = t_1 \left(\frac{\ln(1 - \xi_i)}{\ln(1 - \xi_1)} \right)^{1/4}; \quad t_2 = 1,71, \quad t_3 = 1,84, \quad t_4 = 2,16 \text{ мин.}$$

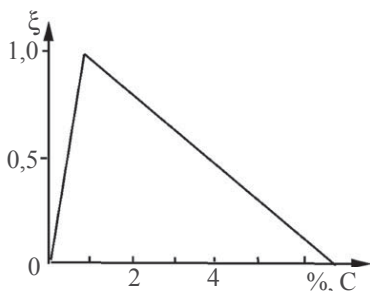


Рис. 72. Зависимость доли перлита от содержания углерода в углеродистых сплавах железа

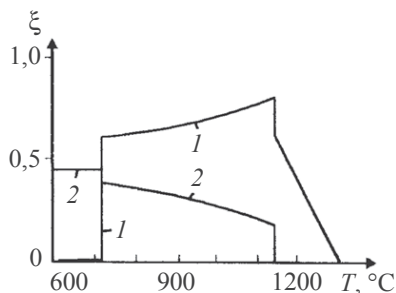


Рис. 73. Зависимости долей аустенита (1) и цементита (2) от температуры

181. Степень тетрагональности решетки $c/a = 1,000 \pm 0,045 C$ (C – концентрация углерода в мас. %).

$$\left(\frac{c}{a}\right)_2 - \left(\frac{c}{a}\right)_1 = 0,045(C_2 - C_1) \text{ и } C_2 - C_1 = \frac{\left(\frac{c}{a}\right)_2 - \left(\frac{c}{a}\right)_1}{0,045} = 1 \text{ мас. \%}.$$

182. При нагреве перлит превращается в аустенит. При закалке часть аустенита превращается в мартенсит. При отпуске мартенсит и остаточный аустенит превращаются в феррит и карбиды.

183. При переохлаждении аустенита толщина пластины определяется конкуренцией двух факторов: 1) с уменьшением толщины пластин уменьшаются диффузионные пути, перераспределение компонентов происходит более полно, что приводит к большему изменению свободной энергии; 2) уменьшение толщины пластин обуславливает возрастание площади межфазной границы и поверхностной энергии. Устанавливается такое межпластинчатое расстояние, при котором скорость роста, определяемая указанными факторами, максимальна. Поэтому с увеличением переохлаждения межпластинчатое расстояние уменьшается.

184. Размер аустенитного зерна увеличивается с ростом температуры и времени выдержки при нагреве. Увеличение концентрации углерода в аустените способствует росту зерна, что объясняется понижением температуры солидуса сплава. Но при повышенном содержании углерода его образующиеся частицы тормозят рост аустенитного зерна. Почти все легирующие элементы (за исключением марганца) тормозят рост аустенитного зерна.

185. С понижением температуры перлитного превращения уменьшается межпластинчатое расстояние, т. е. происходит увеличение площади

межфазных границ, которые препятствуют скольжению дислокаций при пластической деформации, возникающей при измерении твердости.

186. Фазовый состав в обоих случаях одинаковый (феррит + цементит). Различие – в форме выделений фаз. В первом случае формируется пластинчатое строение, а во втором – выделения фаз имеют равноосную форму.

187. Чугун состоит из феррита и графита.

188. В сплаве, содержащем 18 мас. % Сг, в твердом состоянии не имеется фазовых превращений. Сплав с 4 мас. % Сг можно подвергать закалке, так как нагрев выше 900 °С приводит к появлению γ -фазы. Поэтому закалка сплава Fe–4 мас. % Сг от температуры 900–1350 °С приводит к формированию неравновесной структуры.

189. Повысить обрабатываемость стали и уменьшить ее хрупкость.

190. На рис. 74 приведено распределение элемента *B* в диффузионной зоне после насыщения металла *A* в моменты времени $t_1 < t_2 < t_3$.

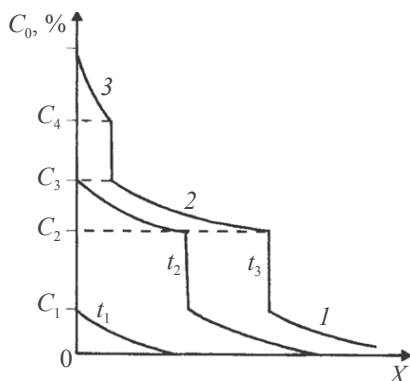


Рис. 74. Распределение элемента *B* в диффузионной зоне:

I – зона образования твердого раствора α на основе компонента *A*; 2 – область существования соединения β ; 3 – твердый раствор γ на основе компонента *B* при t_3

$$191. \frac{v_{\text{гр}}(k_1)}{v_{\text{гр}}(k_2)} = \frac{\cos\left(\frac{k_1 a}{2}\right)}{\cos\left(\frac{k_2 a}{2}\right)} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,22.$$

$$192. \frac{v_{\text{гр}}}{v_{\text{ф}}} = \frac{ka}{2} \operatorname{ctg}\left(\frac{ka}{2}\right).$$

193. Разрешенные значения волнового числа определяются из условия $k_s = \frac{2\pi}{L}s$, $s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \frac{N}{2}$ (N – число атомов в цепочке). Поэтому $s_1 = \frac{k_1 L}{2\pi} = \frac{L}{12a}$ и $s_2 = \frac{k_2 L}{2\pi} = \frac{L}{6a}$, и число разрешенных значений $s_2 - s_1 = \frac{L}{12a} = 5 \cdot 10^6$.

194. Из дисперсионного соотношения

$$\omega_{\pm}^2 = \beta \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \pm \beta \sqrt{\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)^2 - \frac{4 \sin^2(ka)}{m_1 m_2}}$$

следует, что при $k = 0$ $\omega_+^{\max} = \sqrt{2\beta \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}$, $\omega_-^{\min} = 0$; при $k = \frac{\pi}{2a}$

$$\omega_+^{\min} = \sqrt{\frac{2\beta}{m_1}} \text{ и } \omega_-^{\max} = \sqrt{\frac{2\beta}{m_2}}.$$

Ширина полосы запрещенных частот

$$\Delta\omega = \sqrt{\frac{2\beta}{m_1}} - \sqrt{\frac{2\beta}{m_2}} = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ рад/с.}$$

Отношение интервалов акустических и оптических частот:

$$\frac{\omega_-^{\max}}{\omega_+^{\max} - \omega_+^{\min}} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_1 + m_2} - \sqrt{m_2}} = 4,3.$$

195. Амплитуды колебаний легкого A_1 и тяжелого A_2 атомов удовлетворяют системе линейных однородных уравнений

$$\begin{cases} (2\beta - \omega^2 m_2)A_2 - 2\beta A_1 \cos(ka) = 0, \\ -2\beta A_2 \cos(ka) + (2\beta - \omega^2 m_1)A_1 = 0. \end{cases}$$

При малых k для акустических колебаний $\omega_- = \left(a \sqrt{\frac{2\beta}{m_1 + m_2}} \right) k$. После подстановки ω_- в одно из уравнений системы следует, что $A_1 = A_2$. Для оптических колебаний $\omega_+ = \sqrt{2\beta \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}$; после подстановки ω_+ в то же уравнение получим $A_1 / A_2 = -m_1 / m_2$.

196. При $k = \frac{\pi}{2a}$ $\omega_+^2 = \frac{2\beta}{m_1}$ и $\omega_-^2 = \frac{2\beta}{m_2}$. Поэтому для ω_+ отношение $(A_1/A_2)_+ = 0$, а для ω_- отношение $(A_1/A_2)_- = \infty$.

197. Частоты акустического и оптического колебаний при $k = \frac{\pi}{4a}$:

$$\omega_{\mp}^2 = \beta \left[\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \mp \sqrt{\frac{1}{m_1^2} - \frac{1}{m_2^2}} \right].$$

Из выражения $(2\beta - \omega^2 m_1)A_1 - 2\beta A_2 \cos(ka) = 0$ следует

$$\left(\frac{A_2}{A_1} \right)_{\mp} = \frac{2\beta - \omega^2 m_1}{2\beta \cos(ka)} = \frac{\sqrt{2}(1 \pm \sqrt{5})}{4},$$

т. е. для акустического колебания $(A_2/A_1)_- = 1,14$; для оптического колебания $(A_2/A_1)_+ = -0,44$.

198. Среднее число квантов энергии $\bar{n}$ с частотой ω при температуре T :

$$\bar{n} = \frac{1}{\left[\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1 \right]}. \text{ При } \bar{n} = 5 \quad T = \frac{\hbar\omega}{k \ln\left(\frac{5}{6}\right)} = 525 \text{ К.}$$

199. Из соотношения $2 = \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT_1}\right) - 1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT_2}\right) - 1}$ следует

$$T_2 = \frac{\hbar\omega}{k \ln \left[\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT_1}\right) + 2 \right) / 2 \right]} = 94 \text{ К, } \Delta T = 44 \text{ К.}$$

200. dN_{Φ} — число фононов, частоты которых находятся в интервале $(\omega, \omega + d\omega)$, $dN_{\Phi} = n(\omega, T)D(\omega)d\omega$.

$$N_{\Phi} = \int_0^{\omega_{\max}} n(\omega, T)D(\omega)d\omega = \frac{3V}{2\pi^2 v^3} \int_0^{\omega_{\max}} \frac{\omega^2 d\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}.$$

Обозначим

$$x = \frac{\hbar\omega}{kT}, \quad d\omega = \frac{kT}{\hbar} dx, \quad \omega^2 = x^2 \left(\frac{kT}{\hbar} \right)^2,$$

тогда

$$\begin{aligned} N_{\Phi} &= \frac{3V}{2\pi^2 v^3} \left(\frac{kT}{\hbar} \right)^3 \int_0^{x_{\max}} \frac{x^2}{e^x - 1} dx = \frac{9N}{\omega_{\max}^3} \left(\frac{kT}{\hbar} \right)^3 \int_0^{x_{\max}} \frac{x^2}{e^x - 1} dx = \\ &= 9N \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^2}{e^x - 1} dx. \end{aligned}$$

При высоких температурах ($T > \theta_D$)

$$N_{\Phi} = 9N \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\theta_D/T} x dx = \frac{9}{2} N \left(\frac{T}{\theta_D} \right).$$

Если $T = 6\theta_D$, то $N_{\Phi} = 27N$. При низких температурах ($T \ll \theta_D$)

$$N_{\Phi} = 9N \left(\frac{T}{\theta_D} \right)^3 \int_0^{\infty} \frac{x^2}{e^x - 1} dx = 0,072N \int_0^{\infty} \frac{x^2}{e^x - 1} dx = 0,173N,$$

так как $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{e^x - 1} dx = 2,405.$

201. $\varepsilon = 8,1$ МэВ.

202. Среднее число фононов частотой ω при температуре T определяется распределением Бозе – Эйнштейна

$$\bar{n}(\omega, T) = \frac{1}{\left[\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT} \right) - 1 \right]}.$$

График зависимости $\bar{n}(\omega)$ представлен на рис. 75, а (при $\omega \rightarrow 0$ $\bar{n}(\omega, T) \sim \frac{kT}{\hbar\omega}$, при больших ω $\bar{n}(\omega, T) \sim \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{kT} \right)$), а зависимость $\bar{n}(T)$ – на рис. 75, б (при $T \rightarrow 0$ $\bar{n}(\omega, T) \sim \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{kT} \right)$, при больших T $\bar{n}(\omega, T) \sim \frac{kT}{\hbar\omega}$).

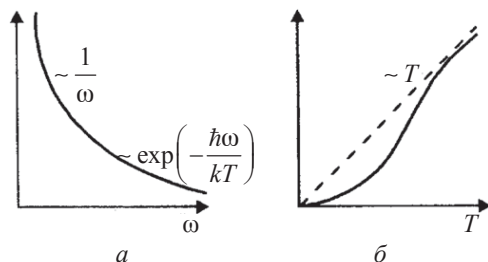


Рис. 75. Зависимости $\bar{n}(\omega)$ (а) и $\bar{n}(T)$ (б)

203. Средняя энергия квантового осциллятора определяется соотношением

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}.$$

График зависимости $\bar{\varepsilon}(\omega)$ представлен на рис. 76, а (при $\omega \rightarrow 0$ $\bar{\varepsilon}(\omega) \rightarrow kT$, при $\omega \rightarrow \infty$ $\bar{\varepsilon} \sim \omega$), а зависимость $\bar{\varepsilon}(T)$ – на рис. 76, б (при $T \rightarrow 0$ $\bar{\varepsilon} \rightarrow \frac{\hbar\omega}{2}$, при $T \rightarrow \infty$ $\bar{\varepsilon} \rightarrow kT$).

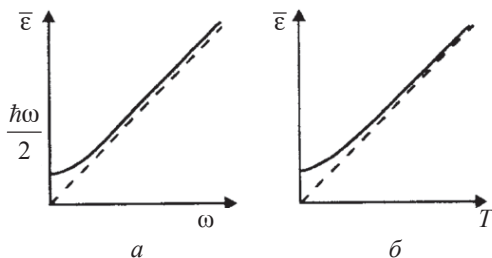


Рис. 76. Зависимости $\bar{\varepsilon}(T)$ (а) и $\bar{\varepsilon}(\omega)$ (б)

204. На одно колебание приходится интервал $\tau_1 = \frac{2\pi}{L}$. Число колебаний в интервале dk : $dz = \frac{L}{2\pi} dk$. Однако

$$k = \left(\frac{2}{a}\right) \arcsin\left(\frac{\omega}{\omega_{\max}}\right),$$

где $\omega_{\max} = 2\sqrt{\frac{\beta}{m}}$; $\frac{dk}{d\omega} = \left(\frac{2}{a}\right)(\omega_{\max}^2 - \omega^2)^{-1/2}$; $dz = \frac{L}{\pi}\left(\frac{2}{a}\right)(\omega_{\max}^2 - \omega^2)^{-1/2} d\omega$.

Тогда $D(\omega) = \frac{2L}{\pi a}(\omega_{\max}^2 - \omega^2)^{-1/2}$.

205. На одно колебание приходится интервал $\tau_1 = \frac{2\pi}{L}$. В приближении Дебая $\omega = vk$ и $d\omega = vdk$ (v – скорость распространения колебания с волновым числом k в кристалле). Тогда число колебаний в интервале $(k, k + dk)$ $dz(k, k + dk) = \frac{L}{2\pi} dk = \frac{L}{2\pi v} d\omega = D(\omega) d\omega$, т. е. $D(\omega) = \frac{L}{2\pi v}$.

206. Увеличится в 16 раз.

207. На одно состояние приходится величина k -пространства $\tau_1 = \frac{2\pi}{L}$. Количество колебаний dz , волновые числа которых находятся в интервале dk : $dz = \frac{L}{2\pi} dk$. Однако $dk = \frac{d\omega}{\alpha v k^{v-1}}$ и число колебаний в интервале частот $(\omega, \omega + d\omega)$: $dz(\omega, \omega + d\omega) = \frac{L d\omega}{\pi \alpha v k^{v-1}}$, т. е. $D(\omega) = \frac{L}{\pi \alpha v k^{v-1}} = \frac{L}{\pi \alpha^{1/v} v \omega^{v-1}}$.

При $v = 1$ $D_1(\omega) = \frac{L}{\pi \alpha}$. При $v = 2$ $D_2(\omega) = \frac{L}{2\pi \alpha^{1/2} \omega^{1/2}}$. Графики $D_1(\omega)$ и $D_2(\omega)$ представлены на рис. 77.

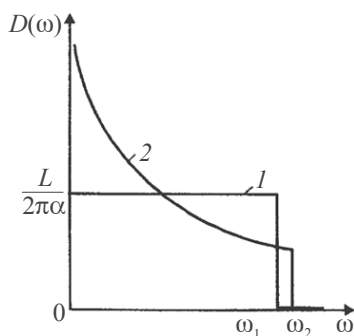


Рис. 77. Зависимости $D_1(\omega)$ (1) и $D_2(\omega)$ (2)

208. В k -пространстве на одно электронное состояние приходится объем $\tau_1 = \frac{(2\pi)^3}{V}$, $V = N_{\text{ат}} a_1 a_2 a_3$ – объем кристалла, т. е. $\tau_1 = \frac{(2\pi)^3}{N_{\text{ат}} a_1 a_2 a_3} = 517 \text{ м}^{-3}$.

209. На одно электронное состояние приходится объем $\tau_1 = \frac{(2\pi)^3}{N_{\text{ат}} a_1 a_2 a_3}$.

Объем части зоны Бриллюэна $V_k = \frac{4\pi}{3} \frac{\pi^3}{8a_1 a_2 a_3}$. Число электронных состояний $N_e = \frac{V}{\tau_1} = \frac{\pi N_{\text{ат}}}{48} = 3,14 \cdot 10^{21}$.

210. Объем, заключенный между сферами, $V_k = \frac{4\pi}{3} (k_1^3 - k_2^3) = \frac{19\pi^4}{162a^3}$.

На одно состояние приходится объем $\tau_1 = \frac{8\pi^3}{V}$. Число электронных состояний $N_e = \frac{V_k}{\tau_1} = \frac{19\pi V}{1296a^3} = 1,38 \cdot 10^{22}$.

211. В стандартной энергетической зоне плотность состояний $\nu(\epsilon) \sim \sqrt{\epsilon}$, поэтому $\frac{\nu(\xi/4)}{\nu(\xi)} = 0,5$.

212. $f = \frac{1}{\frac{\Delta\epsilon}{e^{kT}} + 1} = \frac{1}{e^{3,9} + 1}$.

213. Поскольку

$$f_1(\epsilon_1) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon_1 - \xi}{kT}\right) + 1} \text{ и } f_2(\epsilon_2) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\epsilon_2 - \xi}{kT}\right) + 1},$$

то $\epsilon_1 - \xi = kT \ln \frac{1-f_1}{f_1}$ и $\epsilon_2 - \xi = kT \ln \frac{1-f_2}{f_2}$.

Поэтому $\epsilon_2 - \epsilon_1 = kT \ln \left[\frac{f_1(1-f_2)}{f_2(1-f_1)} \right] = 1,8 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$.

214. $\frac{N_2}{N_1} = 1,8$.

$$215. \bar{\varepsilon} = \frac{3}{5} \xi_0 = 3,2 \text{ эВ.}$$

$$216. \xi(T_1) - \xi_0 = -\frac{\pi^2}{12} \frac{(kT_1)^2}{\xi_0} = -1,4 \cdot 10^{-23} \text{ Дж.}$$

$$217. \Delta \bar{\varepsilon} = \frac{\pi^2 k^2}{4 \xi_0} (T_2^2 - T_1^2) = 6,4 \cdot 10^{-22} \text{ Дж.}$$

218. Кинетическая энергия электронов:

$$а) E_1 = \int_0^{\xi_0/2} \varepsilon dN = \frac{V 2^{1/2} m^{*3/2}}{\pi^2 \hbar^3} \int_0^{\xi_0/2} \varepsilon^{3/2} d\varepsilon = \frac{3\sqrt{2} N_{\text{ат}} \xi_0}{40};$$

$$б) E_2 = \int_{\xi_0/2}^{\xi_0} \varepsilon dN = \frac{3 N_{\text{ат}} \xi_0 (8 - \sqrt{2})}{40}.$$

219. Кинетическая энергия электронов $E_k = N \bar{\varepsilon} = \frac{3}{5} N \xi_0$ (N – число электронов в объеме V ; ξ_0 – химический потенциал электронов при $T = 0 \text{ К}$). Поскольку $N = \frac{\rho V N_A}{M}$, $\xi_0 = \frac{(3\pi^2 n)^{2/3} \hbar^2}{2m_0}$, $n = \frac{\rho N_A}{M}$, то

$$E_k = \frac{\pi^{4/3} \hbar^2 V}{10 m_0} \left(\frac{3 \rho N_A}{M} \right)^{5/3} = 0,32 \text{ МДж.}$$

$$220. s^2 2 p^6 3 s^2 3 p^6 3 d^6 4 s^2; 1 s^2 2 n_s = \frac{2 \rho N_A}{M} = 1,70 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}, n_d = \frac{6 \rho N_A}{M} = 5,09 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}.$$

221. В указанных металлах валентные электроны заполняют энергетическую зону частично.

222. Объем, ограниченный поверхностью Ферми радиусом k_F , равен половине объема зоны Бриллюэна $V_{\text{зб}} = \frac{(2\pi)^3}{V_{\text{я}}}$, $V_{\text{я}}$ – объем элементарной ячейки

Вигнера – Зейтца $\left(V_{\text{я}} = \frac{a^3}{2} \right)$; $a^3 = \frac{2M}{\rho N_A}$. Поэтому $k_F = \pi \sqrt[3]{\frac{3 \rho N_A}{\pi M}} = 7,3 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1}$.

$$223. m_{11}^* = m_{22}^* = m_0, m_{33}^* = \frac{m_0}{2}; 0,79 m_0.$$

$$224. E(k_x, k_y, k_z) = \frac{\hbar^2}{2m_0} (0,5 k_x^2 + 0,5 k_y^2 + 2 k_z^2).$$

225. Зависимости $E_s(k_y)$, $v_y(k_y)$ и $m_{22}^*(k_y)$ представлены на рис. 78.

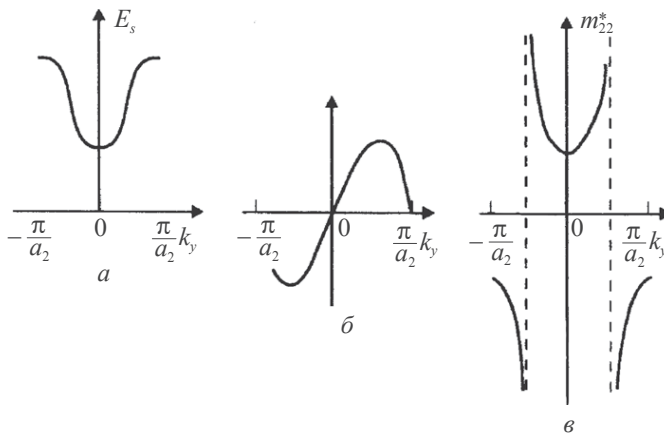


Рис. 78. Зависимости $E_s(a)$, $v_y(\bar{\sigma})$ и $m_{22}^*(\vartheta)$ от k_y

226. Поскольку $\xi_0 = \frac{(2\pi^2 n)^{2/3} \hbar^2}{2m_0}$, $n = \frac{\rho N_A}{M}$, то $\xi_0 = \frac{(2\pi^2 \rho N_A)^{2/3} \hbar^2}{2m_0 M^{2/3}} = 8,3 \cdot 10^{-19}$ Дж = 5,2 эВ.

227. При $T_1 = 30$ К $f_1/f_2 = 6,1 \cdot 10^{16}$, при $T_2 = 30$ К $f_1/f_2 = 46$.

228. В меди, имеющей ГЦК-структуру, существует большее число систем скольжения, чем в Mg (Zn), который кристаллизуется в ГПУ-структуру.

229. Разрушением кристалликов снежинок.

230. Металлы с ГЦК-структурой охрупчиваются мало по сравнению с металлами, имеющими другую структуру.

231. Трос имеет более высокую прочность, так как при холодной вытяжке проволока упрочняется наклепом.

232. Обрыв железной проволоки происходит вследствие ее наклепа. Необходимо проводить отжиг проволоки.

233. В месте заточки инструмента температура металла настолько велика, что обрывающиеся частицы светятся.

234. Из-за макроскопической неравномерности пластической деформации твердость в различных участках детали неодинакова.

235. Создание в процессе рекристаллизационного отжига крупнозернистой структуры вследствие протекания собирательной рекристаллизации после критической степени деформации.

236. Коэффициент Пуассона $\nu = \frac{E}{2G} - 1 = 0,35$, модуль объемной упругости $K = \frac{E}{3(1-2\nu)} = 13,1 \cdot 10^{10}$ Па.

237. Сечение стержня плоскостью представляет собой эллипс, площадь которого $S/\cos \alpha$ (рис. 79).

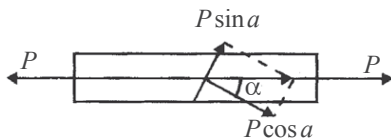


Рис. 79. К расчету нормального и тангенциального напряжений

Поэтому нормальное напряжение $\sigma_n = \frac{P}{S} \cos^2 \alpha$. Тангенциальное напряжение $\sigma_t = \frac{P}{S} \cos \alpha \sin \alpha = \frac{P \sin(2\alpha)}{2S}$. Максимальное значение $\sigma_n = \frac{P}{S}$ при $\alpha = 0^\circ$. Максимальное значение $\sigma_t = \frac{P}{2S}$ при $\alpha = 45^\circ$.

238. Напряжение сдвига при растяжении $\sigma_t = \frac{P}{S} \cos \varphi \sin \lambda$ (φ – угол между осью образца (направлением $[012]$) и нормалью к плоскостям $\{111\}$; λ – угол между осью растяжения и направлениями скольжения $\langle 110 \rangle$). Наибольшее напряжение сдвига равно $\sigma_{\max} = 2,5 \cdot 10^7$ Па, реализуется для систем скольжения $(111)[10\bar{1}]$ и $(\bar{1}\bar{1}1)[101]$.

239. Приведенным значениям длин диагоналей отпечатка соответствуют числа твердости H_v : 161; 172; 154; 151; 168; 168; 161; 154; 161 и 168. $\overline{H_v} = 162$, $\sigma(H_v) = 23$, $D(H_v) = 529$, $\delta(H_v) = 0,14$, $\Delta H_v = 12$ при доверительной вероятности $P = 0,9$ ($t = 1,65$).

240. Число твердости рассчитывается либо по формуле

$$HB = \frac{2P}{2\pi D(D - \sqrt{D^2 - d^2})},$$

либо определяется с помощью таблицы.

$$\overline{HB} = 27,3; \sigma(HB) = 1,7; D(HB) = 3; \delta(HB) = 0,06; \Delta(HB) = 0,9.$$

241. Образец А:

$$\overline{H_{\mu}} = 7,33 \cdot 10^7 \text{ Па}, \sigma(H_{\mu}) = 0,11 \cdot 10^7 \text{ Па}, D(H_{\mu}) = 1,2 \cdot 10^{12} \text{ Па}^2, \\ \delta(H_{\mu}) = 0,015, \Delta H_{\mu} = 0,05 \cdot 10^7 \text{ Па};$$

Образец Б:

$$\overline{H_{\mu}} = 5,29 \cdot 10^7 \text{ Па}, \sigma(H_{\mu}) = 0,23 \cdot 10^7 \text{ Па}, D(H_{\mu}) = 5,5 \cdot 10^{12} \text{ Па}^2, \\ \delta(H_{\mu}) = 0,046, \Delta H_{\mu} = 0,10 \cdot 10^7 \text{ Па};$$

Образец В:

$$\overline{H_{\mu}} = 4,30 \cdot 10^7 \text{ Па}, \sigma(H_{\mu}) = 0,67 \cdot 10^7 \text{ Па}, D(H_{\mu}) = 45 \cdot 10^{12} \text{ Па}^2, \\ \delta(H_{\mu}) = 0,16, \Delta H_{\mu} = 0,30 \cdot 10^7 \text{ Па}.$$

242. Нет. Утонет.

243. При $T \ll \theta_D$ $C_L = \frac{2,4\pi^2 N_A k T^3}{\theta_D^3}$, т. е. $\theta_D = T \left(\frac{2,4\pi^4 N_A k}{C_L} \right)^{1/3} = 210 \text{ К}.$

244. $C = 26,1 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$

245. $c = 900 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$

246. $c = 2800 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$

247. $C = 120 \text{ Дж}/\text{К}.$

248. Нулевая энергия колебаний частотой ω равна $\frac{1}{2}\hbar\omega$. Нулевая энергия нормальных колебаний в интервале частот

$$(\omega, \omega + d\omega) dE_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega D(\omega),$$

где $D(\omega)$ – функция распределения.

Нулевая энергия всех нормальных колебаний

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \int_0^{\omega_{\max}} \omega^3 d\omega = \frac{3V \hbar \omega_{\max}^4}{16\pi^2 v^3} = \frac{9}{8} N_A \hbar \omega_{\max} = \frac{9}{8} R \theta_D,$$

так как $\omega_{\max} = \frac{6N_A v^3 \pi^2}{V}$ (R – универсальная постоянная). Окончательно $E_0 = 3,1 \text{ кДж}.$

249. Согласно закону Неймана – Коппа, $C = 75 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$

250. Энергия теплового движения, приходящаяся на один осциллятор,

$E_T^{(1)} = kT$. Нулевая энергия осциллятора $E_0^{(1)} = \frac{9}{8} R \theta_D$ (см. решение задачи 238). Тогда $\frac{E_T^{(1)}}{E_0^{(1)}} = \frac{8}{3} \frac{T}{\theta_D} = 5,6.$

251. $C = 100 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

252. 4.

$$\begin{aligned} \mathbf{253.} \quad \Delta H &= \int_{300}^{1000} C_p dT = 23,31 \cdot 700 + \frac{8,54 \cdot 10^{-3} (10^6 - 9 \cdot 10^4)}{2} - \\ &\quad - 1,51 \cdot 10^5 \left(\frac{1}{1000} - \frac{1}{300} \right) = 20,6 \text{ кДж.} \end{aligned}$$

254. Цинк имеет ГПУ-структуру, поэтому линейные коэффициенты теплового расширения $\alpha_{11} = \alpha_{22} \neq \alpha_{33}$.

255. Линейный коэффициент теплового расширения меди больше, чем стали.

256. 0,71 м.

257. 278 °С.

$$\mathbf{258.} \quad \alpha = \frac{l_{01}\alpha_1 + l_{02}\alpha_2}{l_{01} + l_{02}}.$$

259. Поскольку $a_T = a_0(1 + \alpha_{11}T)$ и $c_T = c_0(1 + \alpha_{33}T)$, то

$$\frac{c_T}{a_T} = \frac{c_0(1 + \alpha_{33}T)}{a_0(1 + \alpha_{11}T)} = \frac{c_0[1 + (\alpha_{33} - \alpha_{11})T]}{a_0(1 + \alpha_{11}T)}$$

и

$$\alpha_{33} - \alpha_{11} = \frac{a_0}{c_0} \frac{1}{T} \left(\frac{c_T}{a_T} - \frac{c_0}{a_0} \right),$$

где T – температура в шкале Цельсия.

Кроме того, $2\alpha_{11} + \alpha_{33} = \beta$. Поэтому $\alpha_{11} = \frac{\beta}{3} - \frac{a_0}{c_0} \frac{1}{3T} \left(\frac{c_T}{a_T} - \frac{c_0}{a_0} \right)$ и

$$\alpha_{33} = \frac{\beta}{3} + \frac{2a_0}{c_0} \frac{1}{3T} \left(\frac{c_T}{a_T} - \frac{c_0}{a_0} \right).$$

$$\mathbf{260.} \quad \text{За сутки часы опаздывают на } \Delta t = 24 \cdot 3600 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha T}} \right) = 10 \text{ с.}$$

$$\mathbf{261.} \quad \Delta V = \frac{Q\beta}{c\rho} = 8,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3.$$

262. 0 °С. Масса льда $m_1 = 10,8 \text{ кг}$, масса воды $m_b = 1,2 \text{ кг}$.

263. Плотность тока $j = I/S$, концентрация электронов $n = \frac{\rho N_A}{M}$

(N_A – число Авогадро). Тогда $v_{др} = \frac{j}{ne} = \frac{IM}{S\rho N_A e} = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$.

264. $\mu = \frac{\sigma}{ne} = 5,8 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}.$

265. Для свободных электронов $\rho = \frac{ne^2 l}{2m_0 v_T}$. Поэтому $l = \frac{2m_0 v_T}{\rho ne^2} = 8,8 \text{ нм}.$

266. Скорость дрейфа электронов $v_{\text{др}} = \mu E = 0,1 \text{ м/с}$. Скорость Ферми электронов $v_F = \sqrt{\frac{2\xi}{m}} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, $\frac{v_{\text{др}}}{v_F} = 7,1 \cdot 10^{-8}.$

267. Средняя квадратичная скорость электрона $\sqrt{v_T^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = 10^5 \text{ м/с}.$

Скорость упорядоченного движения $v_{\text{др}} = \frac{j}{ne} = 10^{-3} \text{ м/с}$. Их отношение равно 10^8 .

268. $\rho_e = (398 \pm 16) \cdot 10^{-9} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $\varepsilon = 4 \%$.

269. $\rho_e = 1,67 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$

270. $|R| = \frac{U_X d}{IB} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{Кл}.$

271. Экспериментальное значение $|R_s| = \frac{U_X d}{IB} = 0,83 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{Кл}$, расчетное значение $|R_p| = \frac{M}{e \rho N_A} = 1,06 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{Кл}.$

272. $\rho_e(\varphi) = \rho_{11} \sin^2 \varphi + \rho_{33} \cos^2 \varphi = 1,28 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}.$

273. Подвижность электронов $\mu = \frac{M}{\rho \rho_e e N_A} = 6,93 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с}).$

274. Подвижность электронов $\mu = \frac{|R|}{\rho_e} = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, их концентрация $n = 2,7 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$

275. $\mu = \frac{\sigma}{ne} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, $\tau = \frac{\mu m}{e} = 10^{-14} \text{ с}.$

276. $\tau = 3,1 \cdot 10^{-14} \text{ с}$, $l = 2 \text{ мкм}.$

277. $R = -\frac{M}{\rho N_A e} = -1,06 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3/\text{Кл}.$

278. Для меди $R = -7,6 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{Кл}$, для алюминия $R = -3,4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{Кл}.$

$$279. L = \frac{\kappa \rho_e}{T} = 2,21 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{Ом} / \text{К}^2.$$

$$280. \kappa = \frac{LT}{\rho_e} = 94 \text{ Вт} / (\text{м} \cdot \text{К}).$$

$$281. \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\xi_2 - \xi_1}{e} = 3 \text{ В}.$$

$$282. \varphi_{II} - \varphi_I = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{e} = 2 \text{ В}.$$

$$283. I = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)100}{R + r} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ А}.$$

$$284. \lambda_{\max} = \frac{hc}{\Phi} = 888 \text{ нм}.$$

$$285. N = \frac{4\pi\epsilon_0 R \left(h \frac{c}{\lambda} - \Phi \right)}{e^2}.$$

$$286. a = \left(\frac{np_M}{J_H} \right) = 3,20 \text{ \AA}.$$

$$287. J_H = 9,0 \cdot 106 \text{ А/м}.$$

$$288. J_H = n\mu_B = 7,0 \cdot 10^4 \text{ А/м}.$$

$$289. p_M = \frac{J_H a^3}{n} = 2,0 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

$$290. \chi_{\text{уд}} = \frac{1}{\rho} \chi = 1,61 \cdot 10^{-8}, \quad \chi_M = \frac{M}{\rho} \chi = 8,83 \cdot 10^{-10}.$$

291. Магнитострикция насыщения поликристаллического железа

$$\lambda_s = \frac{2}{5} \lambda_{100} + \frac{3}{5} \lambda_{111} = -1,4 \cdot 10^{-6}.$$

292. Продольная магнитострикция $\lambda_{||} = \Delta l / l = 1 \cdot 10^{-5}$, поперечная магнитострикция $\lambda_{\perp} = -\lambda_{||} / 2 = -5 \cdot 10^{-6}$.

293. Феррит имеет более рыхлую кристаллическую структуру (ОЦК), чем аустенит (ГЦК).

$$294. D = 3,5 \cdot 10^{-13} \text{ м}^2/\text{с}.$$

$$295. Q = 3,0 \text{ эВ}.$$

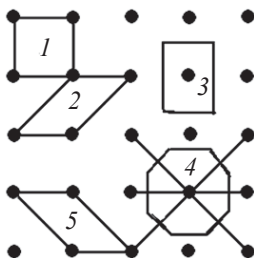
296. Объемная диффузия определяет участок a , а зернограницная – участок b (см. рис. 36).

5. ТЕСТЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Данный раздел содержит 8 тестов (1–8) по курсу «Фононные и электронные процессы в кристаллах» объемом 68 часов и 6 тестов (9–14) по курсу «Структурно-фазовые превращения в металлах» объемом 44 часа.

ТЕСТ 1

1. Выберите из ячеек, приведенных на рисунке, ту, которая является элементарной ячейкой Вигнера – Зейтца двухмерной кристаллической решетки.



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

2. Определите область существования 3-й зоны Бриллюэна для одномерной кристаллической решетки с периодом a :

- 1) $\left[-\frac{3\pi}{a}, -\frac{2\pi}{a}\right]$; 4) $\left[-\frac{6\pi}{a}, -\frac{4\pi}{a}\right]$;
 2) $\left[\frac{3\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$; 5) $\left[-\frac{3\pi}{a}, -\frac{2\pi}{a}\right], \left[\frac{3\pi}{a}, \frac{2\pi}{a}\right]$.
 3) $\left[\frac{6\pi}{a}, \frac{4\pi}{a}\right]$;

3. Для одномерной решетки с периодом трансляции a дисперсионное уравнение имеет вид (M – масса атома; β – коэффициент квазиупругой силы; k – волновое число):

$$1) \omega = 2\sqrt{\frac{\beta}{M}}|\sin(ka/2)|; \quad 2) \omega = 2\sqrt{\frac{M}{\beta}}|\sin(ka/2)|;$$

$$3) \omega = \frac{2\beta}{M} \sin(ka/2); \quad 5) \omega = 2\sqrt{\beta M} |\sin(ka/2)|.$$

$$4) \omega = \frac{2M}{\beta} \sin(ka/2);$$

4. Функция распределения Бозе – Эйнштейна для фононов частотой ω при температуре T :

$$1) \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} + 1}; \quad 2) \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}; \quad 3) \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}; \quad 4) \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} + 1}; \quad 5) \frac{\hbar\omega}{1 - e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}}.$$

5. Функция спектральной плотности нормальных колебаний (или фононов) в кристалле в дебаевском приближении имеет вид (V – объем кристалла):

$$1) \frac{3V\omega}{2\pi^2 v^3}; \quad 2) \frac{3V\omega^2}{2\pi v^3}; \quad 3) \frac{3V\omega^2}{2\pi^2 v^3}; \quad 4) \frac{3V\omega^2}{2\pi^2 v^2}; \quad 5) \frac{3V\omega^2}{2\pi^2 v^3}.$$

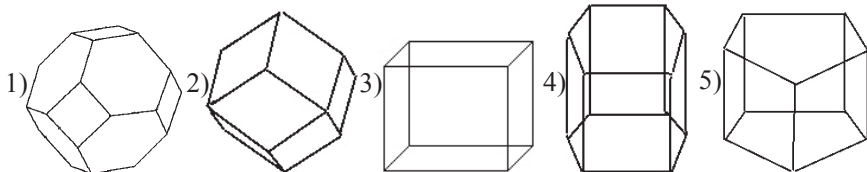
Задачи

1. Конечная одномерная цепочка длиной $L = 2,4 \cdot 10^{-2}$ м состоит из одинаковых атомов. Сколько различных значений может принимать волновое число колебаний в интервале $\left(\frac{\pi}{6a}, \frac{\pi}{3a}\right)$, если расстояние между узлами кристаллической решетки равно $a = 0,2$ нм?

2. В одномерной цепочке длиной L колебания атомов характеризуются дисперсионным соотношением $\omega(k) = \alpha k^2$ ($\alpha = \text{const}$). Рассчитайте функцию спектральной плотности колебаний.

ТЕСТ 2

1. Укажите элементарную ячейку Вигнера – Зейтца для ГЦК-решетки.



2. Определите площадь 2-й зоны Бриллюэна для квадратной решетки с периодом трансляции a :

1) $\frac{4\pi^2}{a^2}$; 2) $\frac{1}{a^2}$; 3) $\frac{2\pi}{a^2}$; 4) $4\pi^2 a^2$; 5) $\frac{2\pi^2}{a^2}$.

3. В цепочке длиной L , состоящей из одинаковых атомов, волновое число принимает дискретные значения ($s = 0, \pm 1, \dots, \pm M/2$; N – число атомов в цепочке):

1) $k = \frac{2\pi}{L}s$; 2) $k = \frac{\pi}{L}s$; 3) $k = \frac{2s}{L}$; 4) $k = \frac{\pi}{2L}s$; 5) $k = \frac{s}{L}$.

4. Средняя энергия теплового возбуждения гармонического осциллятора частотой ω при температуре T определяется выражением:

1) $\frac{\hbar\omega}{e^{kT} + 1}$; 2) $\frac{\hbar\omega}{e^{kT} - 1}$; 3) $\frac{\hbar\omega}{1 - e^{kT}}$; 4) $\frac{\hbar\omega}{e^{2kT} - 1}$; 5) $\frac{\hbar\omega}{e^{2kT} + 1}$.

5. В области низких температур температурная зависимость энергии теплового движения имеет вид:

1) $\sim T$; 2) $\sim T^2$; 3) $\sim T^3$; 4) $\sim T^4$; 5) $\sim T^5$.

Задачи

1. На сколько кельвинов необходимо увеличить температуру кристалла, чтобы удвоить число фононов частотой $\omega = 0,3 \cdot 10^{13}$ рад/с? Начальная температура кристалла $T_1 = 40$ К.

2. В одномерной цепочке длиной L колебания атомов характеризуются дисперсионным соотношением $\omega(k) = \alpha k$ ($\alpha = \text{const}$). Рассчитайте функцию спектральной плотности колебаний.

ТЕСТ 3

1. Укажите порядок значения средней квадратичной скорости электронов в металле при комнатной температуре:

1) 10^{-3} м/с; 2) 10 м/с; 3) 10^3 м/с; 4) 10^5 м/с; 5) 10^8 м/с.

2. Функция Блоха для электрона имеет вид:

- 1) $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = v_{\vec{k}}(\vec{r}) \cdot e^{-i(\vec{k}, \vec{r})}$, $v_{\vec{k}}(\vec{r}_i \vec{a}_n) = v_{\vec{k}}(\vec{r}^2)$;
- 2) $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = v_{\vec{k}}(\vec{r}) \cdot e^{i(\vec{k}, \vec{r})}$, $v_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{a}_n) = v_{\vec{k}}(\vec{r})$;
- 3) $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = v_{\vec{k}}(\vec{r}) \cdot e^{i(\vec{k}, \vec{a}_n)}$, $v_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{a}_n) = v_{\vec{k}}(\vec{a}_n)$;
- 4) $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = v_{\vec{k}}(\vec{r}) \cdot e^{i(\vec{k}, \vec{r})}$, $v_{\vec{k}}(\vec{r}) = \text{const}$;
- 5) $\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = v_{\vec{k}}(\vec{r}) \cdot e^{i(\vec{k}, \vec{r})}$, $v_{\vec{k}}(\vec{r}) = v_{\vec{k}}(\vec{a}_n \vec{r})$.

3. Скорость электрона в кристалле равна:

- 1) $\vec{v} = \hbar \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k})$; 4) $\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{r}} E(\vec{r})$;
- 2) $\vec{v} = \hbar \nabla_{\vec{k}} E(\vec{P})$; 5) $\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{r}} E(\vec{k})$.
- 3) $\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k})$;

4. Компоненты тензора обратной эффективной массы равны:

- 1) $\frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)$; 2) $\frac{1}{\hbar} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)$; 3) $\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j}$; 4) $\frac{\hbar \partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j}$; 5) $\frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_i \partial k_j} \right)^{-1}$.

5. Закон дисперсии электронов в зоне проводимости описывается уравнением $E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{2m_0} (k_x^2 + 4k_y^2 + 2k_z^2)$. Определите эффективную массу плотности состояний:

- 1) $\frac{m_0}{8}$; 2) $\frac{m_0}{4}$; 3) $8m_0$; 4) $4m_0$; 5) $\frac{m_0}{2}$.

6. Укажите размерность удельного электросопротивления:

- 1) $\frac{\text{Ом}}{\text{м}}$; 2) $\text{Ом} \cdot \text{м}$; 3) $\text{Ом} \cdot \text{м}^2$; 4) $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$; 5) $\frac{\text{м}}{\text{Ом}}$.

Задачи

1. Определите число электронных состояний в части объема зоны Бриллюэна, ограниченной сферической поверхностью радиусом $k_1 = \frac{\pi}{2a}$

простой кубической решетки с периодом трансляции $a = 0,20$ нм. Объем кристалла $V = 4,8$ см³.

2. Во сколько раз плотность состояний электронов в стандартной энергетической зоне при $\epsilon_1 = \frac{\xi}{4}$ меньше, чем при $\epsilon_2 = \frac{\xi}{2}$ (ξ – химический потенциал)?

ТЕСТ 4

1. Укажите порядок величины скорости упорядоченного движения электронов:

- 1) 10^{-6} м/с; 2) 10^{-3} м/с; 3) 10 м/с; 4) 10^3 м/с; 5) 10^8 м/с.

2. Уравнение Кронига – Пенни для электрона имеет вид:

- 1) $\cos(ka) = \cos(\alpha a) + R \frac{\sin(\alpha a)}{\alpha a}$; 4) $\cos(ka) = \cos(\alpha a) + R \frac{\alpha a}{\sin(\alpha a)}$;
 2) $\cos(\alpha a) = \cos(ka) + R \frac{\sin(ka)}{ka}$; 5) $\cos(\alpha a) = R \cos(\alpha a) + \frac{\sin(\alpha a)}{\alpha a}$.
 3) $\cos(ka) = \sin(\alpha a) + R \frac{\cos(\alpha a)}{\alpha a}$;

3. Укажите правильные соотношения для электрона в кристалле:

- 1) $E(\vec{k}) = -E(-\vec{k})$, 4) $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$,
 $\vec{v}(\vec{k}) = -\vec{v}(-\vec{k})$; $\vec{v}(\vec{k}) = -\vec{v}(-\vec{k})$;
 2) $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$, 5) $E(\vec{k}) = -E(-\vec{k})$,
 $\vec{v}(\vec{k}) = \vec{v}(-\vec{k})$; $\vec{v}(\vec{k}) = -\vec{v}(-\vec{k})$.
 3) $E(\vec{k}) = -E(-\vec{k})$,
 $\vec{v}(\vec{k}) = \vec{v}(-\vec{k})$;

4. Компоненты тензора обратной эффективной массы равны:

- 1) $\hbar^2 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j} \right)$; 2) $\hbar \left(\frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j} \right)$; 3) $\left(\frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j} \right)$;
 4) $\frac{1}{\hbar} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j} \right)$; 5) $\frac{1}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 E}{\partial P_i \partial P_j} \right)$.

5. Компоненты тензора эффективной массы электрона равны $m_{11}^* = 0,5m_0$, $m_{22}^* = 0,5m_0$, $m_{33}^* = 2m_0$. Укажите, каким уравнением описывается закон дисперсии электронов в зоне проводимости:

- 1) $\frac{\hbar^2}{2m_0}(0,5k_x^2 + 0,5k_y^2 + 2k_z^2)$; 4) $\frac{\hbar^2}{2}(2k_x^2 + 2k_y^2 + 0,5k_z^2)$;
- 2) $\frac{\hbar^2}{2m_0^2}(2k_x^2 + 2k_y^2 + 0,5k_z^2)$; 5) $\frac{\hbar^2}{2m_0}(2k_x^2 + 2k_y^2 + 0,5k_z^2)$.
- 3) $\frac{\hbar^2}{2m_0}(k_x^2 + k_y^2 + 4k_z^2)$;

6. Укажите размерность подвижности электронов:

- 1) $\frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}$; 2) $\frac{\text{м}^2 \cdot \text{с}}{\text{В}}$; 3) $\frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$; 4) $\frac{\text{м}}{\text{В} \cdot \text{с}}$; 5) $\frac{\text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{с}}$.

Задачи

1. Найдите число электронных состояний в части объема зоны Бриллюэна, ограниченной двумя концентрическими поверхностями радиусом

$k_1 = \frac{\pi}{3a}$ и $k_2 = \frac{2\pi}{3a}$ простой кубической решетки с периодом трансляции $a = 0,25$ нм. Объем кристалла $V = 2,6$ см³.

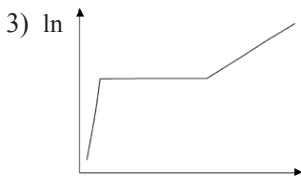
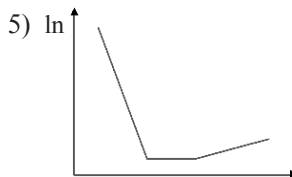
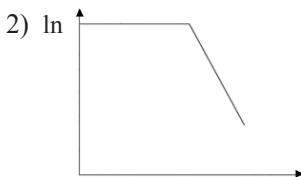
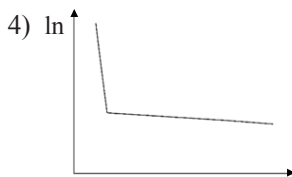
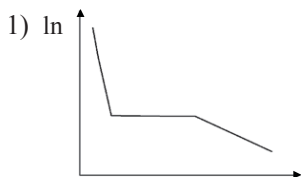
2. Определите отношение плотности электронных состояний при $\varepsilon_1 = \xi$ и $\varepsilon_2 = \frac{\xi}{3}$ (ξ – химический потенциал).

ТЕСТ 5

1. Если ξ – химический потенциал, ε – энергия электронов, то функция распределения электронов при температуре T равна:

- 1) $\frac{1}{e^{(\xi-\varepsilon)/(kT)} + 1}$; 4) $\frac{1}{e^{(\varepsilon-\xi)/(kT)} - 1}$;
- 2) $\frac{1}{e^{(\xi-\varepsilon)/(kT)} - 1}$; 5) $\frac{1}{e^{(\varepsilon+\xi)/(kT)} + 1}$.
- 3) $\frac{1}{e^{(\varepsilon-\xi)/(kT)} + 1}$;

2. Укажите зависимость концентрации электронов от температуры полупроводника n -типа.



3. Определите соотношение между удельной теплоемкостью c и молярной теплоемкостью C (M – молярная масса; m – масса тела):

- 1) $C = Mc$; 2) $c = MC$; 3) $C = \frac{c}{M}$; 4) $C = \frac{M}{m}c$; 5) $C = \frac{m}{M}c$.

4. Укажите правильный порядок коэффициента теплового расширения металлов (например, Cu, Fe):

- 1) 10^{-2} K^{-1} ; 2) 10^{-4} K^{-1} ; 3) 10^{-5} K^{-1} ; 4) 10^{-6} K^{-1} ; 5) 10^{-6} K .

5. Внешняя контактная разность потенциалов двух контактирующих металлов равна:

- 1) $(\Phi_1 - \Phi_2)e$; 2) $\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{e}$; 3) $\frac{\Phi_1 + \Phi_2}{e}$; 4) $(\phi_1 - \phi_2)e$; 5) $\frac{\Phi_1 - \xi_2}{e}$.

Задачи

1. Определите длину алюминиевой полоски при 0°C , которая удлиняется при одинаковом изменении температуры на столько же, как и медная полоска, имеющая длину 1000 мм при 0°C . Линейные коэффици-

енты теплового расширения алюминия и меди равны $\alpha_{\text{Al}} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

2. Вычислите молярную теплоемкость соединения Al_3Fe при высоких температурах.

3. Вычислите разность энергий энергетических уровней, вероятность заполнения которых электронами равна $f_1 = 0,75$ и $f_2 = 0,25$ соответственно. Температура кристалла 300 К.

ТЕСТ 6

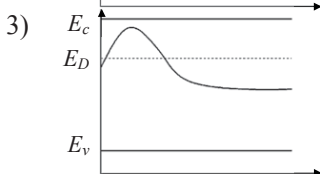
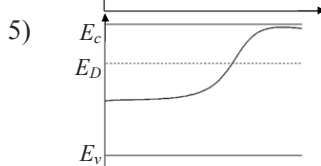
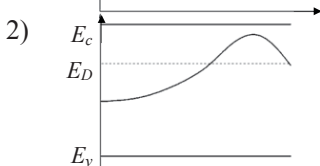
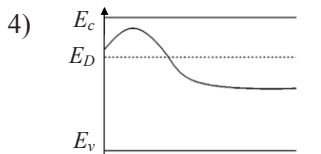
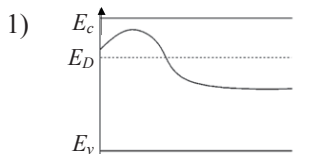
1. Однопараметрический интеграл Ферми $F_r(\eta) \left(\eta = \frac{\xi}{(kT)} \right)$ имеет вид:

1) $\int_0^{\infty} \left(\frac{\partial f_0}{\partial x} \right) x^r dx;$ 4) $\int_0^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial x} \right) x^{-r} dx;$

2) $\int_0^{\infty} \left(\frac{\partial f_0}{\partial x} \right) x^{-r} dx;$ 5) $\int_0^{\infty} (-f_0) x^r dx.$

3) $\int_0^{\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial x} \right) x^r dx;$

2. Укажите зависимость химического потенциала от температуры полупроводника n -типа.



3. При низких температурах зависимость теплоемкости от температуры имеет вид:

- 1) $C \sim T$; 2) $C \sim T^2$; 3) $C \sim T^3$; 4) $C \sim T^{-3}$; 5) $C = \text{const}$.

4. Определите порядок коэффициента линейного теплового расширения инваров:

- 1) 10^{-2} K^{-1} ; 2) 10^{-4} K^{-1} ; 3) 10^{-6} K^{-1} ; 4) 10^{-8} K^{-1} ; 5) 10^{-9} K^{-1} .

5. Внутренняя контактная разность потенциалов двух контактирующих металлов равна:

- 1) $(\xi_1 - \xi_2)e$; 2) $\frac{\xi_1 - \xi_2}{e}$; 3) $\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{e}$; 4) $(\Phi_1 - \Phi_2)e$; 5) $\xi_2 - \xi_1$.

Задачи

1. При 0°C алюминиевый стержень имеет длину $l_{0\text{Al}} = 300 \text{ мм}$, а железный – $l_{0\text{Fe}} = 301 \text{ мм}$. При какой температуре длины стержней будут одинаковыми? Линейные коэффициенты теплового расширения алюминия $\alpha_{\text{Al}} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, железа $\alpha_{\text{Fe}} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

2. Вычислите молярную теплоемкость соединения Al_2Cu при высоких температурах.

3. Вычислите разность энергий энергетических уровней, вероятность заполнения которых электронами равна $f_1 = 0,80$ и $f_2 = 0,20$ соответственно. Температура кристалла $T = 500 \text{ К}$.

ТЕСТ 7

1. Укажите первое положение теории Онзагера ($\bar{I}_k$ – потоки; $\bar{x}_i$ – силы; L_{ik} – кинематические коэффициенты):

- 1) $\bar{x}_i = \sum_{k=1}^n L_{ik} \bar{I}_k$; 4) $\bar{I}_i = \sum_{k=1}^n \bar{x}_k$;
 2) $\bar{x}_i = \sum_{k=1}^n L_{ik}^2 I_k$; 5) $\bar{I}_i = \sum_{k=1}^n L_{ik} \bar{x}_k$.
 3) $\bar{I}_i = \sum_{k=1}^n L_{ik}^2 \bar{x}_k$;

2. Укажите второе соотношение Томсона (α – коэффициент термо-ЭДС; Π – коэффициент Пельтье, T – температура):

- 1) $\tau = T \frac{\partial \alpha}{\partial T}$; 2) $\alpha = \Pi T$; 3) $\Pi \alpha = T$; 4) $\Pi = \alpha T$; 5) $\Pi = \alpha \nabla T$.

3. Известны эффекты: а) Холла; б) Нернста; в) Эттингсгаузена; г) Риги – Ледюка; д) Маджи – Риги – Ледюка. Выберите те, которые являются нечетными гальваномагнитными:

- 1) а, в, г; 2) а, б, г; 3) а, в; 4) а, б; 5) а, г, д.

4. При рассеянии электронов на акустических колебаниях фактор рассеяния равен:

- 1) $r = 0$; 2) $r = 1/2$; 3) $r = 1$; 4) $r = 1,5$; 5) $r = 2$.

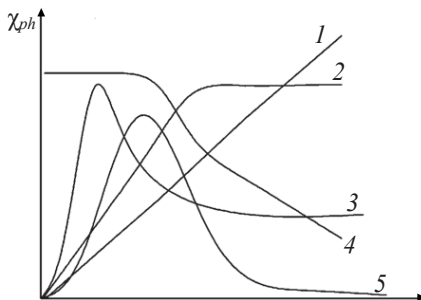
5. Размерность коэффициента Холла равна:

- 1) $\frac{\text{м}^3}{\text{Кл}}$; 2) $\frac{\text{м}}{\text{Кл}}$; 3) $\frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}$; 4) $\text{Кл} \cdot \text{м}^3$; 5) $\text{Кл}^{-1} \cdot \text{м}^{-3}$.

6. Закон Видемана – Франца имеет вид (σ – электропроводность; k – теплопроводность; L – число Лоренца):

- 1) $\frac{\sigma}{k} = LT$; 2) $\frac{k}{\sigma} = LT$; 3) $\sigma k = LT$; 4) $\frac{k}{\sigma} = \frac{L}{T}$; 5) $\frac{kT}{\sigma} = L$.

7. Укажите, каким графиком определяется температурная зависимость фононной теплопроводности.



- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

Задачи

1. Выразите

$$I = \frac{e}{3\pi^2 T} \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \right) \frac{\epsilon \tau(\epsilon) k^3}{m_n^*} d\epsilon$$

через интеграл Ферми в случае стандартной энергетической зоны и действия одного механизма рассеяния.

2. Через медную проволоку с поперечным сечением $S = 1,0 \text{ мм}^2$ пропускают ток силой $I = 3,0 \text{ А}$. Определите удельное электросопротивление меди, если разность потенциалов между точками, находящимися на расстоянии $l = 15 \text{ см}$, равна $U = 7,5 \text{ мВ}$.

3. Постройте графики температурной зависимости $\sigma(T)$ полупроводника n -типа с концентрацией доноров $N_1 < N_2$.

ТЕСТ 8

1. Укажите второе положение теории Онзагера ($\bar{I}_k$ – потоки; $\bar{x}_i$ – силы; L_{ik} – кинематические коэффициенты):

$$1) \bar{I}_i = \sum_{k=1}^n L_{ik} \bar{x}_k;$$

$$4) \sigma = \sum_{i=1}^n \bar{I}_i \bar{x}_i;$$

$$2) L_{ik}(\bar{\beta}) = L_{ki}(\bar{\beta});$$

$$5) \sigma = \left(\sum_{i=1}^n \bar{I}_i \right) \left(\sum_i \bar{x}_i \right).$$

$$3) L_{ik}(\bar{\beta}) = L_{ki}(-\bar{\beta});$$

2. Укажите первое соотношение Томсона (τ – коэффициент Томсона; α – коэффициент термо-ЭДС; Π – коэффициент Пельтье; T – температура):

$$1) \tau = \Pi T; \quad 2) \tau = \alpha T; \quad 3) \tau = T \frac{\partial \Pi}{\partial T}; \quad 4) \tau = \Pi \frac{\partial \alpha}{\partial T}; \quad 5) \tau = T \frac{\partial \alpha}{\partial T}.$$

3. Известны эффекты: а) Холла; б) магнетосопротивления; в) Эттингсгаузена; г) Нернста; д) Риги – Ледюка. Наберите те, которые являются четными гальваномагнитными:

1) б, г; 2) а, б; 3) а, в; 4) г, д; 5) в, г.

4. При рассеянии электронов на оптических колебаниях фактор рассеяния равен:

1) $r = 0$; 2) $r = 0,5$; 3) $r = 1$; 4) $r = 1,5$; 5) $r = 2$.

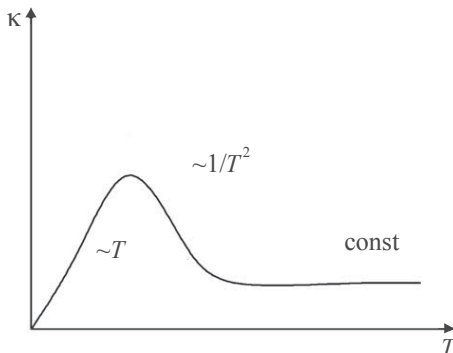
5. Размерность коэффициента диффузии равна:

$$1) \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad 2) \frac{\text{м}^2}{\text{с}}; \quad 3) \frac{\text{с}}{\text{м}^2}; \quad 4) \frac{\text{с}}{\text{м}^3}; \quad 5) \frac{\text{м}^3}{\text{с}}.$$

6. При наличии вырожденного электронного газа в кристалле коэффициент Холла определяется выражением, если концентрация электронов равна n ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл):

1) $-\frac{1}{ne}$; 2) $-\frac{1,18}{ne}$; 3) $-\frac{1,93}{ne}$; 4) $\frac{1}{ne}$; 5) $-\frac{e}{n}$.

7. Определите, зависимость какой физической величины отражает график, приведенный на рисунке.



1) $\kappa_{ph}(T)$; 2) $C(T)$; 3) $\kappa_3(T)$; 4) $\alpha(T)$; 5) $\rho(T)$.

Задачи

1. Выразите

$$I = \frac{e\xi}{3\pi^2 T} \int_0^\infty \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \right) \frac{\tau k^3}{m_n^*} d\epsilon$$

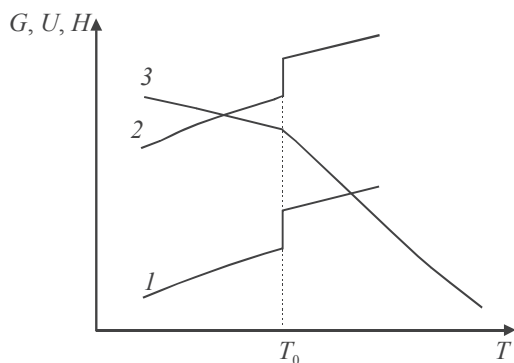
через интеграл Ферми в случае стандартной энергетической зоны и действия одного механизма рассеяния.

2. Вычислите концентрацию и подвижность электронов натрия, если его коэффициент Холла $R = -2,35 \cdot 10^{-10}$ м³/Кл, а удельное электросопротивление $\rho = 4,35 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

3. Постройте график зависимости магнетосопротивления от индукции магнитного поля.

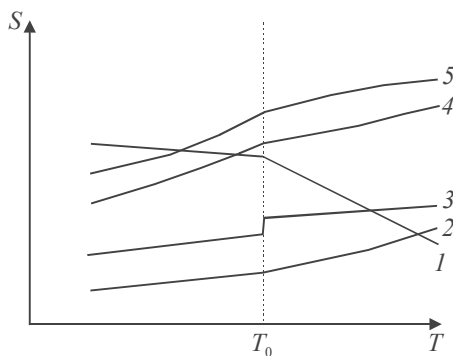
ТЕСТ 9

1. На рисунке приведены температурные зависимости внутренней энергии U , энтальпии H и термодинамического потенциала G металла, испытывающего полиморфное превращение при температуре T_0 . Укажите эти зависимости.



- 1) $1 - G, 2 - U, 3 - H$; 4) $1 - H, 2 - U, 3 - G$;
 2) $1 - G, 2 - H, 3 - U$; 5) $1 - H, 2 - G, 3 - U$.
 3) $1 - U, 2 - H, 3 - G$;

2. Определите, какой из графиков, приведенных на рисунке, соответствует изменению энтропии при фазовом превращении второго рода.

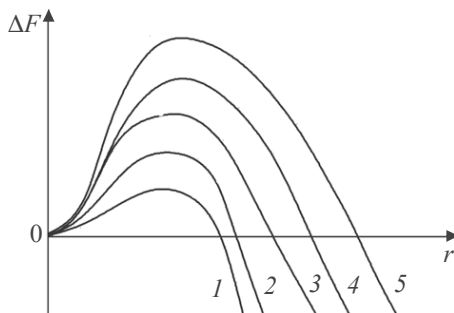


- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

3. Укажите примерные величины размера сиботаксисов и времени их существования:

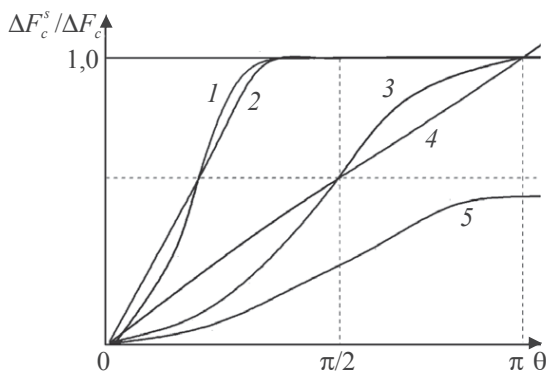
- 1) 0,5–1 нм; 10^{-14} с; 4) 3–10 нм; 10^{-14} с;
 2) 3–15 нм; 10^{-7} с; 5) 50–100 нм; 10^{-6} с.
 3) 50–100 нм; 10^{-3} с;

4. На рисунке приведены графики зависимости свободной энергии активации образования зародыша кристаллической фазы от его радиуса при гомогенном зарождении. Определите, какой из них соответствует максимальной степени переохлаждения жидкой фазы.



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

5. Выберите график, которому соответствует зависимость $\frac{\Delta F_c^s}{\Delta F_c}$ от контактного угла при образовании критического зародыша кристаллической фазы на плоской поверхности.

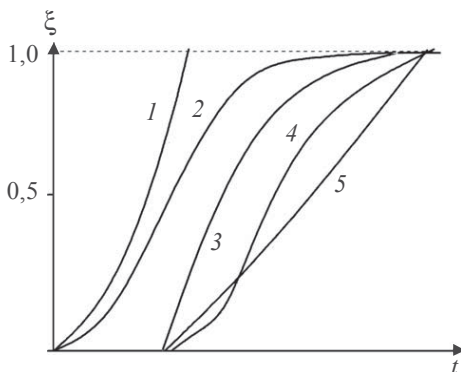


1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

6. Если S_i – площади граней, а γ_i – их удельные поверхности соответственно, то принцип Гиббса – Кюри записывается в виде:

- 1) $\sum_i \gamma_i S_i = \min$ при $V = \text{const}$; 4) $\sum_i \gamma_i^{-1} S_i^{-1} = \min$ при $V = \text{const}$;
- 2) $\sum_i \gamma_i^{-1} S_i = \min$ при $V = \text{const}$; 5) $\sum_i S_i = \min$ при $V = \text{const}$.
- 3) $\sum_i \gamma_i S_i^{-1} = \min$ при $V = \text{const}$;

7. Определите, какой из графиков описывает кинетику кристаллизации.

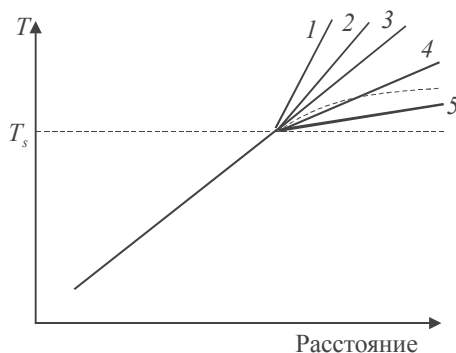


- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

8. Максимальная скорость перемещения межфазной границы при нормальном затвердевании определяется выражением:

- 1) $\frac{\kappa_s \Delta T_s}{\rho_s \lambda_m}$; 4) $\frac{\kappa_l \nabla T_l}{\rho_l \lambda_m}$;
- 2) $\frac{\kappa_l \Delta T_l}{\rho_l \lambda_m}$; 5) $\frac{\kappa_s \Delta T_s}{(\rho_l + \rho_s) \lambda_m}$.
- 3) $\frac{\kappa_s \nabla T_s + \kappa_l \nabla T_l}{\rho_s \lambda_m}$;

9. Укажите, при каком распределении температуры в зависимости от расстояния до межфазной границы может образоваться ячеистая структура при кристаллизации.



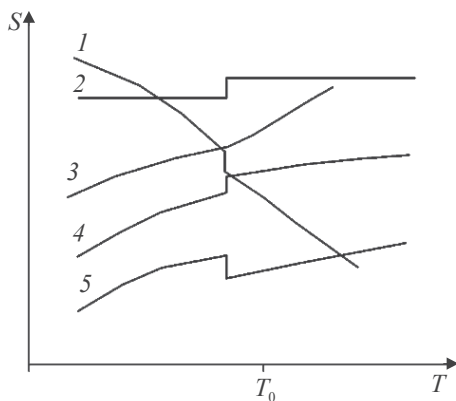
1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

10. Через $t_1 = 3$ мин после переохлаждения жидкого металла доля кристаллической фазы составляет $\xi_1 = 0,1$. Определите, через какое время закристаллизовавшаяся доля металла достигнет $\xi_2 = 0,8$:

1) 4 мин; 2) 6 мин; 3) 8 мин; 4) 12 мин; 5) 16 мин.

ТЕСТ 10

1. Укажите, какой из графиков, приведенных на рисунке, соответствует изменению энтропии металла, испытывающего при нагревании полиморфное превращение при температуре T_0 .



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

2. При полиморфном превращении, протекающем при нагревании (T_0) тепловой эффект определяется выражением:

1) $\lambda = T_0 \Delta S$; 2) $\lambda = \frac{\Delta S}{T_0}$; 3) $\lambda = T_0 \Delta H$; 4) $\lambda = T_0 \Delta U$; 5) $\lambda = \Delta U + \Delta H$.

3. Укажите порядок величин времени существования сиботаксисов:

1) 10^{-14} с; 2) 10^{-7} с; 3) 10^{-3} с; 4) 10^{-10} с; 5) 10^{-6} с.

4. Определите, какое соотношение существует между свободной энергией активации образования критического зародыша ΔF_c и его поверхностной энергией $(\Delta F_s)_c$ при гомогенном зарождении:

1) $\Delta F_c = \frac{1}{3}(\Delta F_s)_c$; 4) $\Delta F_c = 2(\Delta F_s)_c$;

2) $(\Delta F_s)_c = \frac{1}{3}\Delta F_c$; 5) $\Delta F_c = \frac{4}{3}(\Delta F_s)_c$.

3) $\Delta F_c = (\Delta F_s)_c$;

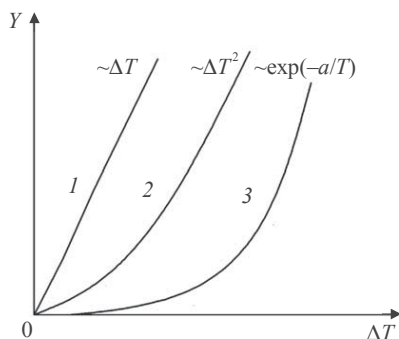
5. Укажите правильное выражение скорости зародышеобразования при гомогенном зарождении (ΔF_c – свободная энергия активации образования критического зародыша; ΔF_a – энергия активации перехода атомов через межфазную границу):

1) $I_0 \exp\left(-\frac{\Delta F_a}{kT}\right) \exp\left(-\frac{\Delta F_c}{kT}\right)$; 4) $I_0 \exp\left(\frac{\Delta F_a}{kT}\right) \exp\left(\frac{\Delta F_c}{kT}\right)$;

2) $I_0 \exp\left(-\frac{\Delta F_a}{kT}\right) \exp\left(\frac{\Delta F_c}{kT}\right)$; 5) $I_0 \left[\exp\left(-\frac{\Delta F_a}{kT}\right) - \exp\left(-\frac{\Delta F_c}{kT}\right) \right]$.

3) $I_0 \exp\left(\frac{\Delta F_a}{kT}\right) \exp\left(-\frac{\Delta F_c}{kT}\right)$;

6. Определите, какой из графиков зависимости скорости роста от переохлаждения соответствует следующим механизмам при образовании двумерных зародышей: непрерывному (А), ступенчатому (Б) и с помощью винтовых дислокаций (В).



- 1) 1 – А, 2 – В, 3 – Б; 4) 1 – А, 2 – Б, 3 – В;
 2) 1 – В, 2 – А, 3 – Б; 5) 1 – Б, 2 – А, 3 – В.
 3) 1 – Б, 2 – В, 3 – А;

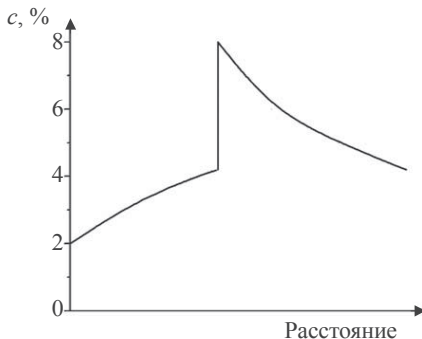
7. Укажите, при каком значении ξ скорость кристаллизации максимальна:

- 1) $-0,1$; 2) $-0,3$; 3) $-0,5$; 4) $0,8$; 5) $0,9$.

8. Выберите уравнение, с помощью которого описывается распределение растворенного элемента при нормальном затвердевании в случае пренебрежимо малой диффузии в твердой фазе и полном перемешивании растворенного элемента в жидкости:

- 1) $-c_s = k_0 c_0 (1 - f_s)(k_0 - 1)$; 4) $-c_s = k_0 c_0 (f_s - 1)^{k_0 - 1}$;
 2) $-c_s = k_0 c_0 (f_s - 1)(k_0 - 1)$; 5) $-c_s = k_0 c_0 (1 - f_s)^{1 - k_0}$.
 3) $-c_s = k_0 c_0 (1 - f_s)^{k_0 - 1}$;

9. На рисунке приведено распределение концентрации растворенного элемента в сплаве при направленном затвердевании. Определите среднюю концентрацию в сплаве и равновесный коэффициент распределения.



- 1) $c = 2 \%$; $k = 1$; 4) $c = 4 \%$; $k = 0,5$;
 2) $c = 2 \%$; $k = 0,25$; 5) $c = 8 \%$; $k = 0,5$.
 3) $c = 4 \%$; $k = 2$;

10. Через $t_1 = 1,5$ мин после переохлаждения жидкого металла объемная доля кристаллической фазы составляет $\xi_1 = 0,15$. Определите объемную долю кристаллической фазы через $t_2 = 2,5$ мин:

- 1) 0,25; 2) 0,52; 3) 0,63; 4) 0,71; 5) 0,82.

ТЕСТ 11

1. Укажите правильную реакцию протекания расслоения исходной β -фазы:

- 1) $\beta \rightarrow \alpha + \gamma$; 4) $\beta \rightarrow \alpha + \beta_1$;
 2) $\beta \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2$; 5) $\beta_n \rightarrow \beta + \alpha$.
 3) $\beta \rightarrow \beta_1 + \beta_2$;

2. Выберите зависимость свободной энергии активации образования критического зародыша при гомогенном зарождении от степени переохлаждения:

- 1) $\Delta F_c \sim (T_0 - T)^{-1}$; 4) $\Delta F_c \sim (T_0 - T)^2$;
 2) $\Delta F_c \sim (T_0 - T)^{-2}$; 5) $\Delta F_c \sim (T_0 - T)^3$.
 3) $\Delta F_c \sim (T_0 - T)^{-3}$;

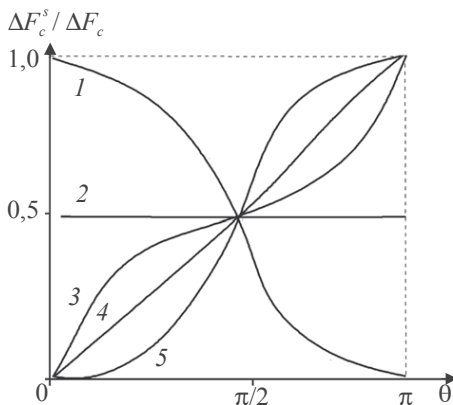
3. Зависимость скорости зародышеобразования при небольшом переохлаждении для гомогенного механизма описывается уравнением:

- 1) $I_v \sim 10^{36} \exp\left(-\frac{\Delta F_c}{kT}\right) \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$; 4) $I_v \sim 10^{24} \exp\left(-\frac{\Delta F_c}{kT}\right) \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$;
 2) $I_v \sim 10^{33} \exp\left(-\frac{\Delta F_c}{kT}\right) \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$; 5) $I_v \sim 10^{36} \exp\left(\frac{\Delta F_c}{kT}\right) \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$.
 3) $I_v \sim 10^{30} \exp\left(-\frac{\Delta F_c}{kT}\right) \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$;

4. Укажите, какой из графиков соответствует зависимости $\frac{\Delta F_c^s(\theta)}{\Delta F_c}$

($\Delta F_c, \Delta F_c^s$ – свободные энергии активации образования критического за-

родыща при гомогенном и гетерогенном зарождениях на плоскости соответственно).



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

5. На плоской поверхности образуется зародыш новой фазы, ограниченной частью сферы радиусом r . Его площадь плоской межфазной поверхности описывается выражением $S = \eta_{\alpha\beta} r^2$. Укажите правильное выражение геометрического фактора, если θ – контактный угол:

1) $\pi^2 \sin^2 \theta$; 2) $\pi \sin^2 \theta$; 3) $\pi^2 \sin \theta$; 4) $\pi \cos^2 \theta$; 5) $\pi^2 \cos \theta$.

6. На плоской поверхности образуется зародыш новой фазы, ограниченной частью сферы радиусом r . Его площадь плоской межфазной поверхности описывается выражением $S = \eta_{\alpha\beta} r^2$. Укажите правильное выражение геометрического фактора $\eta_{\alpha\beta}$, если θ – контактный угол:

1) $\pi \sin^2 \theta$; 4) $2\pi(1 - \cos \theta)$;
 2) $\pi(1 - \cos \theta)$; 5) $2\pi(1 - \cos \theta)^2$.
 3) $2(1 - \cos \theta)$;

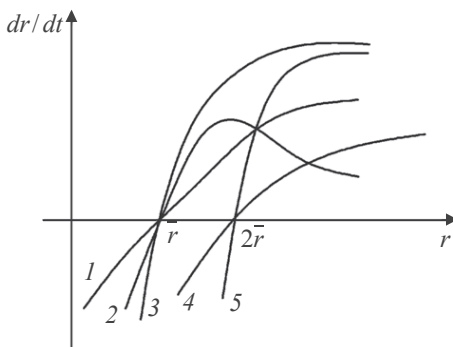
7. Если скорость роста новой фазы контролируется диффузией, то зависимость радиуса частицы от времени определяется зависимостью (D – коэффициент диффузии):

1) $a(Dt)^{3/2}$; 2) $(Dt)^3$; 3) $a(Dt)$; 4) $a(Dt)^{1/2}$; 5) $a(Dt)^{5/2}$.

8. Кинетика распада пересыщенного твердого раствора при нулевой скорости зародышеобразования описывается уравнением $\xi = 1 - \exp(-kt^n)$, где:

- 1) $n = 3,5$; 4) $n = 2$;
 2) $n < 1,5$; 5) $n = 1,5$.
 3) $n = 2,5$;

9. Укажите правильный график зависимости скорости роста частиц от их радиуса.



- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.

ТЕСТ 12

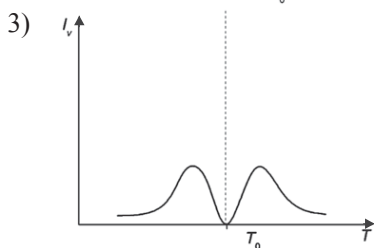
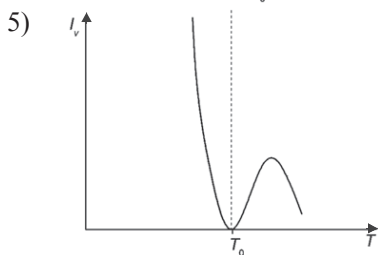
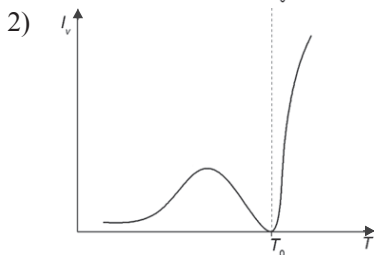
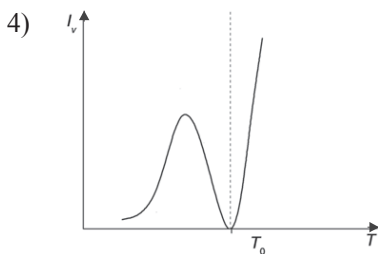
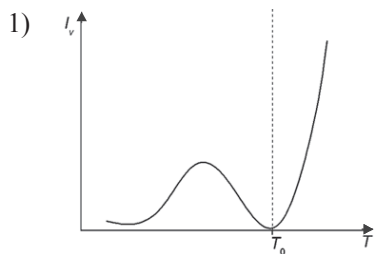
1. Укажите правильную реакцию протекания эвтектоидного превращения:

- 1) $\beta \rightarrow \beta_1 + \beta_2$; 4) $\beta \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2$;
 2) $\beta \rightarrow \alpha + \gamma$; 5) $\beta_n \rightarrow \beta_1 + \beta_2$.
 3) $\beta_n \rightarrow \beta + \alpha$;

2. Определите зависимость числа атомов в критическом зародыше от степени переохлаждения при гомогенном зарождении:

- 1) $n_c \sim (T_0 - T)^2$; 4) $n_c \sim (T_0 - T)^{-2}$;
 2) $n_c \sim (T_0 - T)^3$; 5) $n_c \sim (T_0 - T)^{-3}$.
 3) $n_c \sim (T_0 - T)^{-1}$;

3. Укажите правильный график зависимости скорости гомогенного зародышеобразования от температуры.



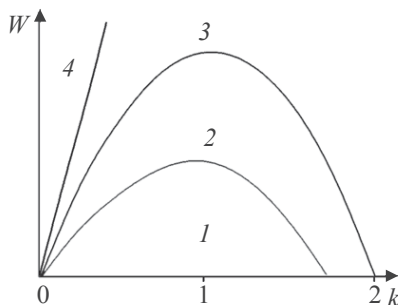
4. Определите, каким выражением описывается скорость зародышеобразования на поверхности (N_s – число атомов на поверхности, отнесенное к единице объема; ϵ_m – свободная энергия активации перехода атомов через межфазную границу; ΔF_c^c – свободная энергия активации образования критического зародыша на поверхности):

1) $I_v^s = N_s \cdot \exp\left(-\frac{\epsilon_m}{kT}\right) \exp\left(\frac{\Delta F_c^c}{kT}\right);$ 4) $I_v^s = N_s \cdot \exp\left(-\frac{\Delta F_c^c}{kT}\right);$

2) $I_v^s = N_s \cdot \exp\left(\frac{\epsilon_m}{kT}\right) \exp\left(-\frac{\Delta F_c^c}{kT}\right);$ 5) $I_v^s = N_s \cdot \exp\left(-\frac{\epsilon_m}{kT}\right) \exp\left(-\frac{\Delta F_c^c}{kT}\right).$

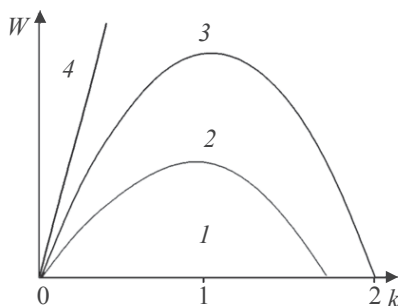
3) $I_v^s = N_s \cdot \exp\left(\frac{\epsilon_m}{kT}\right) \exp\left(\frac{\Delta F_c^c}{kT}\right);$

5. Укажите на диаграмме область преимущественного зарождения новой фазы на границах зерен типа «ребро», где $W = \frac{kT}{\Delta F_c} \ln\left(\frac{L}{\delta}\right)$, $k = \frac{\gamma_{\beta\beta}}{\gamma_{\alpha\beta}}$.



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 1, 2.

6. Укажите область преимущественного зарождения на границах зерен типа «граница» на приведенной схеме $\left(W = \frac{kT}{\Delta F_c} \ln\left(\frac{L}{\delta}\right), k = \frac{\gamma_{\beta\beta}}{\gamma_{\alpha\beta}}\right)$.



1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 3, 4.

7. Скорость роста новой фазы, контролируемого переходом атомов через межфазную границу, определяется выражением (Δf – движущая сила фазового превращения; r – радиус растущей частицы, γ – удельная поверхностная энергия; v_α – атомный объем):

- 1) $\frac{c}{T} \left(\frac{\Delta f}{v_\alpha} - \frac{2\gamma}{r} \right)$; 2) $\frac{c}{T} \left(\frac{\Delta f}{v_\alpha} + \frac{2\gamma}{r} \right)$; 3) $\frac{c}{T} \left(\frac{\Delta f}{v_\alpha} + \frac{r}{2\gamma} \right)$;
 4) $\frac{c}{T} \left(\frac{\Delta f}{v_\alpha} - \frac{r}{2\gamma} \right)$; 5) $\frac{c}{T} \left(\frac{\Delta f}{r} - \frac{v_\alpha}{2\gamma} \right)$.

8. Уравнение Авраами – Колмогорова имеет вид $\xi = 1 - \exp(-kt^n)$, где:

1) $3 \leq n \leq 4$; 2) $2 \leq n \leq 3$; 3) $1 \leq n \leq 2$; 4) $4 \leq n \leq 5$; 5) $1,5 \leq n \leq 2,5$.

9. Зависимость равновесной растворимости легирующего элемента в матрице от радиуса r определяется уравнением:

1) $c_\alpha(\infty) \left(1 + \frac{\gamma v_\alpha}{kTr} \right)$; 4) $c_\alpha(\infty) \left(1 - \frac{2\gamma v_\alpha}{kTr} \right)$;

2) $c_\alpha(\infty) \left(1 + \frac{\gamma v_\alpha}{2kTr} \right)$; 5) $c_\alpha(\infty) \left(1 - \frac{\gamma v_\alpha}{kTr} \right)$.

3) $c_\alpha(\infty) \left(1 + \frac{2\gamma v_\alpha}{kTr} \right)$;

ТЕСТ 13

1. Укажите плоскости скольжения в металлах с ГЦК-структурой:

1) $\{100\}$; 2) $\{110\}$; 3) $\{111\}$; 4) $\{120\}$; 5) $\{112\}$.

2. Плотность дислокаций в сильно деформированных металлах равна:

1) $10^4 - 10^6 \text{ см}^{-2}$; 4) $10^{10} - 10^{12} \text{ см}^{-2}$;

2) $10^6 - 10^8 \text{ см}^{-2}$; 5) $10^{12} - 10^{14} \text{ см}^{-2}$.

3) $10^8 - 10^{10} \text{ см}^{-2}$;

3. Зависимость предела текучести металла определяется выражением

$\sigma_T = \sigma_0 + k_1 N_D^n$, где N_D – плотность дислокаций, а показатель n равен:

1) $-1,5$; 2) $-0,5$; 3) 0 ; 4) $0,5$; 5) $1,5$.

4. В тонкой пластине уравнение кинетики рекристаллизации описывается выражением $\xi = 1 - \exp(-at^n)$, где n равно:

1) -1 ; 2) 1 ; 3) 2 ; 4) 3 ; 5) 4 .

5. Зависимость среднего размера зерна от длительности протекания собирательной рекристаллизации определяется уравнением $\bar{D}(t) = at^n$, где n равно:

1) 1 ; 2) $0,5$; 3) $-0,5$; 4) $-1,0$; 5) $-1,5$.

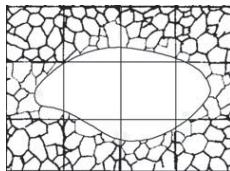
6. Температура плавления чистого металла 960°C . Оцените интервал температуры начала первичной рекристаллизации металла:

1) $500 - 600^\circ\text{C}$; 4) $120 - 220^\circ\text{C}$;

2) $400 - 500^\circ\text{C}$; 5) $20 - 100^\circ\text{C}$.

3) $250 - 300^\circ\text{C}$;

7. Металл сначала подвергают пластической деформации, а затем нагреву. На рисунке показана зеренная структура металла.



Определите, на каком этапе обработки металла наблюдается такая структура:

- 1) после пластической деформации;
- 2) полигонизации;
- 3) первичной рекристаллизации;
- 4) собирательной рекристаллизации;
- 5) вторичной рекристаллизации.

Задачи

1. После $t_1 = 15$ мин отжига при постоянной температуре деформированной тонкой проволоки доля рекристаллизованного металла составляет $\xi_1 = 0,10$. Сколько времени потребуется, чтобы доля рекристаллизованного объема изменилась от $\xi_2 = 0,5$ до $\xi_3 = 0,9$?

ТЕСТ 14

1. Укажите направления скольжения в металлах с ОЦК-структурой:

- 1) $\langle 100 \rangle$; 2) $\langle 110 \rangle$; 3) $\langle 120 \rangle$; 4) $\langle 111 \rangle$; 5) $\langle 112 \rangle$.

2. Укажите величину плотности дислокаций в отожженном поликристаллическом металле:

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1) $10^4 - 10^6 \text{ см}^{-2}$; | 4) $10^{10} - 10^{12} \text{ см}^{-2}$; |
| 2) $10^6 - 10^8 \text{ см}^{-2}$; | 5) $10^{-8} - 10^{-10} \text{ см}^{-2}$; |
| 3) $10^8 - 10^{10} \text{ см}^{-2}$; | |

3. Зависимость предела текучести металла определяется выражением

$$\sigma_T = \sigma_i + k_2 d^n, \text{ где } n \text{ равен:}$$

- 1) $-1,5$; 2) -1 ; 3) $-0,5$; 4) $0,5$; 5) $1,0$.

4. При постоянных скоростях зарождения центров рекристаллизации и роста кинетика первичной рекристаллизации в объемном поликристалле описывается уравнением $\xi_r = 1 - \exp(-at^n)$, где n равно:

1) -4 ; 2) -2 ; 3) 2 ; 4) 3 ; 5) 4 .

5. Определите, каким выражением описывается зависимость конечного размера зерна D_k при собирательной рекристаллизации, если размер выделений второй фазы $-d$, а ее объемная доля $-f$:

1) $D_k \sim d / f$; 4) $D_k \sim (d \cdot f)^{-1}$;

2) $D_k \sim df$; 5) $D_k \sim (d / f)^{1/2}$.

3) $D_k \sim f / d$;

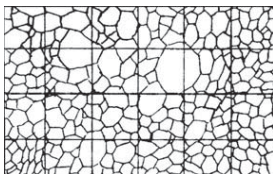
6. Температура плавления чистого металла 660°C . Оцените интервал температуры начала первичной рекристаллизации металла:

1) $380\text{--}330^\circ\text{C}$; 4) $100\text{--}160^\circ\text{C}$;

2) $200\text{--}240^\circ\text{C}$; 5) $10\text{--}60^\circ\text{C}$.

3) $160\text{--}200^\circ\text{C}$;

7. Металл сначала подвергают пластической деформации, а затем отжигу. На рисунке показана зеренная структура металла.



Определите, на каком этапе обработки металла наблюдается такая структура:

1) после пластической деформации;

2) отжига;

3) полигонизации;

4) первичной рекристаллизации;

5) собирательной рекристаллизации.

Задачи

1. Через время $t_1 = 20$ мин после нагрева при постоянной температуре деформированного бруска металла рекристаллизованная доля составляет $\xi_1 = 0,25$. Через сколько времени t_2 нагрева рекристаллизованная доля объема утроится?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бернштейн, М. Л.* Механические свойства металлов / М. Л. Бернштейн, В. А. Займовский. М., 1979.
- Блантер, М. Е.* Теория термической обработки / М. Е. Блантер. М., 1984.
- Бокштейн, Б. С.* Диффузия в металлах / Б. С. Бокштейн. М., 1978.
- Бублик, В. Т.* Сборник задач и упражнений по курсу «Методы исследования структуры» / В. Т. Бублик, А. Н. Дубровина. М., 1988.
- Варикаш, В. М.* Избранные задачи по физике твердого тела / В. М. Варикаш, Ю. М. Хачатрян. Минск, 1969.
- Геллер, Ю. А.* Материаловедение / Ю. А. Геллер, А. Г. Рахштадт. М., 1984.
- Горбачев, В. В.* Физика полупроводников и металлов / В. В. Горбачев, Л. Г. Спицина. М., 1982.
- Гуляев, А. П.* Металловедение / А. П. Гуляев. М., 1986.
- Келли, А.* Кристаллография и дефекты в кристаллах / А. Келли, Г. Гровс. М., 1974.
- Лифшиц, Б. Г.* Физические свойства металлов и сплавов / Б. Г. Лифшиц, В. С. Крапошин, Я. Л. Линецкий. М., 1980.
- Мозберг, Р. К.* Материаловедение / Р. К. Мозберг. М., 1991.
- Переломова, Н. В.* Задачник по кристаллофизике / Н. В. Переломова, Н. М. Тагиева. М., 1972.
- Петров, Д. А.* Двойные и тройные системы / Д. А. Петров. М., 1986.
- Русаков, А. А.* Рентгенография металлов / А. А. Русаков. М., 1977.
- Салтыков, С. А.* Стереометрическая металлография / С. А. Салтыков. М., 1976.
- Сборник качественных вопросов и задач по общей физике* / Е. И. Бабаджан [и др.]. М., 1990.
- Соколовская, Е. М.* Металлохимия / Е. М. Соколовская, Л. С. Гузей. М., 1986.
- Уманский, М. М.* Сборник задач по рентгеноструктурному анализу / М. М. Уманский, З. К. Золина. М., 1975.
- Уманский, Я. С.* Физика металлов / Я. С. Уманский, Ю. С. Скаков. М., 1978.
- Физическое материаловедение* : в 3 т. / под ред. Р. У. Кана, П. Хаазена. 3-е изд., перераб. и доп. М., 1987. 3 т.
- Халл, Д.* Введение в дислокации / Д. Халл. М., 1968.
- Шаскольская, М. П.* Кристаллография / М. П. Шаскольская. М., 1976.
- Шепелевич, В. Г.* Структурно-фазовые превращения в металлах / В. Г. Шепелевич. Минск, 2007.
- Шепелевич, В. Г.* Лабораторные работы по физике металлов и материаловедению / В. Г. Шепелевич. Минск, 2012.
- Шульце, Г.* Металлофизика / Г. Шульце. М., 1971.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ.....	5
2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.....	11
3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.....	22
4. ОТВЕТЫ И КРАТКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.....	66
5. ТЕСТЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ.....	109
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	135

Учебное издание	Подписано в печать 15.05.2014. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,9. Уч.-изд. л. 7,3. Тираж 100 экз. Заказ 260.
Шепелевич Василий Григорьевич	Белорусский государственный университет. Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/270 от 03.04.2014. Пр. Независимости, 4, 220030, Минск.
ЗАДАЧИ И ТЕСТЫ ПО ФИЗИКЕ МЕТАЛЛОВ И МЕТАЛЛОВЕДЕНИЮ	Республиканское унитарное предприятие «Издательский центр Белорусского государственного университета».
Пособие	Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 2/63 от 19.03.2014.
Редактор <i>А. Г. Терехова</i> Художник обложки <i>Т. Ю. Таран</i> Технический редактор <i>Т. К. Раманович</i> Компьютерная верстка <i>А. А. Микелевича</i> Корректор <i>М. А. Харчевник</i>	Ул. Красноармейская, 6, 220030, Минск.